

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ДНІПРОВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**

Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису

ГАВРИЛЕНКО СТАНІСЛАВ СЕРГІЙОВИЧ

УДК 621.926.22.001:622.732

**ДИСЕРТАЦІЯ
ОБҐРУНТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ВРІВНОВАЖЕНОГО
КОЛОСНИКОВОГО ГРОХОТА-ПЕРЕВАНТАЖУВАЧА НА ОСНОВІ
МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ
РЕЖИМІВ РОБОТИ**

Спеціальність 133 – «Галузеве машинобудування»

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ С. С. Гавриленко

Науковий керівники –

Заболотний Костянтин Сергійович
доктор технічних наук, професор

Анциферов Олександр Володимирович,
кандидат технічних наук, доцент

Дніпро – 2026

ПОДЯКА

*Слова вдячності моєму першому науковому керівникові
Світлій пам'яті Всеволода Петровича Франчука*

доктора технічних наук, професора, Заслуженого діяча науки і техніки України, почесного доктора Донецького національного технічного університету, академіка Академії інженерних наук України, академіка Підйомно-транспортної академії наук України, академіка Міжнародної академії інформатизації, академіка Міжнародної академії авторів винаходів і відкриттів, академіка Європейської академії природничих наук, члена-кореспондента Академії гірничих наук України, повного кавалера знака «Шахтарська Слава», кавалера знака «За наукові досягнення», директора Навчального центру Міністерства освіти і науки України з технологій CAD/CAM/CAE/PDM і CALS.

З глибокою повагою, щирою вдячністю та світлим сумом присвячую ці слова пам'яті мого першого наукового керівника — Всеволода Петровича Франчука, видатного українського вченого, талановитого педагога, мудрого наставника та Людини виняткової духовної величі.

Саме Всеволод Петрович одним із перших повірив у мої наукові можливості, визначив напрямки моїх досліджень, прищепив любов до інженерної науки, навчив мислити масштабно, системно й відповідально. Він відкрив переді мною світ справжньої науки, де кожен науковий результат має бути глибоко обґрунтованим, кожне технічне рішення — підтвердженням експериментом, а кожна інженерна ідея — служити розвитку промисловості та суспільства.

Його лекції, наукові поради, вимогливість до точності досліджень, принциповість у відстоюванні наукової істини та безмежна відданість справі стали для мене школою професійного й людського становлення. Всеволод Петрович завжди вчив бачити за окремими технічними рішеннями закономірності розвитку машинобудування, прагнути до створення нових наукових знань і ніколи не зупинятися на досягнутому.

Особливо цінними для мене були його підтримка у складні моменти наукової роботи, віра у мої сили та готовність ділитися своїм величезним досвідом. Його наукова культура, енциклопедична ерудиція, виняткова працездатність і високі моральні принципи назавжди залишаться для мене прикладом справжнього Вченого.

Всеволод Петрович зробив визначний внесок у розвиток теорії та практики гірничих машин, підйомно-транспортної техніки, сучасних CAD/CAM/CAE/PDM-технологій та інженерної освіти України. Багато поколінь його учнів продовжують започатковані ним наукові напрями, а його праці й сьогодні залишаються фундаментом для нових досліджень.

На превеликий жаль, Всеволод Петрович не дочекався завершення цієї дисертаційної роботи. Проте саме його наукові ідеї, поради та світогляд значною мірою визначили її концепцію, методологію та прагнення до досягнення високого наукового рівня. У кожному розділі цієї праці живе частинка його наукової школи, його вимогливості до достовірності результатів і його прагнення до інженерної досконалості.

Світла пам'ять про Всеволода Петровича Франчука назавжди залишиться у моєму серці. Для мене велика честь бути його учнем і продовжувати справу, якій він присвятив усе своє життя.

Світла пам'ять Великому Вченому, Учителю та Наставнику. Його наукова спадщина, мудрість і людяність назавжди залишаться дороговказом для мене та для багатьох поколінь українських інженерів і науковців.

АНОТАЦІЯ

Гавриленко С. С. Обґрунтування параметрів врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача на основі математичного моделювання нестационарних режимів роботи. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 133 – Галузеве машинобудування. – Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Міністерство освіти і науки України, Дніпро, 2026.

Дисертаційну роботу присвячено обґрунтуванню конструктивних і режимних параметрів врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом на основі математичного моделювання стаціонарних, пускових і нестационарних ударних режимів роботи. Математична модель у роботі використовується як основний розрахунково-аналітичний інструмент для встановлення впливу масово-інерційних, жорсткісних, демпфувальних і режимних параметрів на динамічну поведінку грохота-перевантажувача.

Дослідження виконано в межах науково-дослідної роботи № ДР0122U201676 «Розвиток теорії обґрунтування і вибору конструктивних та технологічних параметрів технічних об'єктів галузевого машинобудування» зі строком виконання 01.2023–12.2025. У межах зазначеної теми підготовлено методичні та розрахункові матеріали щодо аналізу динамічної врівноваженості, траєкторій коливань і нестационарних режимів роботи грохота-перевантажувача.

Мета роботи полягає в обґрунтуванні конструктивних і режимних параметрів врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача на основі математичного моделювання його стаціонарних, пускових і нестационарних ударних режимів роботи з урахуванням дії великогабаритних шматків матеріалу.

Об'єктом дослідження є динамічний процес роботи врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача під час транспортування та грохочення сипкої гірничої маси в стаціонарних і нестаціонарних режимах. Предметом дослідження є закономірності коливального руху врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом, амплітудно-частотні характеристики, фазова узгодженість протифазного руху колосників, ударні перехідні процеси, жорсткісні та демпфувальні параметри пружної системи.

Теоретичну основу роботи становлять методи аналітичної механіки, теорії коливань, рівняння Лагранжа II роду, багатомасове динамічне моделювання, чисельне інтегрування систем диференціальних рівнянь і методи аналізу перехідних процесів. Експериментальна частина базується на реєстрації вібраційних сигналів лабораторної фізичної моделі грохота, аналізі цифрових часових реалізацій, визначенні розмаху першого контактного імпульсу, післяударної ділянки затухання, впливу проміжного шару сипкого матеріалу та просторового передавання ударного збурення.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у розробці математичної моделі врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом, яка поєднує поступальні та кутові рухи робочих органів, фазово узгоджений протифазний рух колосників і дію імпульсного навантаження; удосконаленні підходу до опису динамічного врівноваження системи за рахунок урахування співвідношень між масами, моментами інерції та жорсткісними характеристиками середнього і крайніх колосників; розвитку методів моделювання ударних нестаціонарних режимів; удосконаленні експериментального підходу до оцінювання ударно-затухаючих процесів у лабораторній фізичній моделі грохота.

Практичне значення результатів полягає у можливості використання розробленої математичної моделі, розрахункових залежностей і методичних рекомендацій для попереднього вибору параметрів робочих органів, пружних

опор, ексцентрикового приводу та режимів роботи врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів. Результати дослідження впроваджено в межах НДР № ДР0122U201676, у навчальний процес кафедри інжинірингу та дизайну в машинобудуванні НТУ «Дніпровська політехніка», а також передано для практичного застосування на підприємствах ТОВ «Океанмашенерго» та ТОВ «Паритет СОФТ».

Ключові слова: Врівноважений колосниковий грохот-перевантажувач; транспортування гірничої маси; математичне та чисельне моделювання; динамічні процеси; ударно-вібраційна взаємодія; фазово узгоджений рух; нестационарний режим; конструктивні та режимні параметри; динамічні навантаження; експериментальна верифікація; надійність; вібраційні та вібротранспортні машини; грохочення; вимірювальний комплекс; статистичний аналіз.

ABSTRACT

Havrylenko S. S. Substantiation of parameters of a balanced bar screen-loader based on mathematical modelling of non-stationary operating modes. – Qualifying scientific work as a manuscript.

Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy in speciality 133 – Industrial Mechanical Engineering. – Dnipro University of Technology, Ministry of Education and Science of Ukraine, Dnipro, 2026.

The dissertation is devoted to the substantiation of structural and operating parameters of a balanced bar screen-loader with an eccentric drive based on mathematical modelling of steady-state, start-up and non-stationary impact modes of operation. The relevance of the research is determined by the need to reduce dynamic loads in transfer points of mining enterprises, ensure stable motion of working bodies and maintain the operability of equipment during impacts caused by falling large-size pieces of material.

The research was carried out within the research project No. DR0122U201676 “Development of the theory for substantiation and selection of structural and technological parameters of technical objects in industrial mechanical engineering” for the period 01.2023–12.2025. Within this project, methodological and calculation materials were prepared for analysing dynamic balancing, vibration trajectories and non-stationary operating modes of the screen-loader.

The aim of the dissertation is to substantiate the structural and operating parameters of a balanced bar screen-loader based on mathematical modelling of its steady-state, start-up and non-stationary impact modes of operation, taking into account impact loading caused by falling large-size pieces of material.

The object of research is the dynamic process of operation of a balanced bar screen-loader during transportation and screening of bulk mineral material in steady-state and non-stationary modes. The subject of research includes the regularities of oscillatory motion of a balanced bar screen-loader with an eccentric drive, amplitude-frequency characteristics, phase coordination of the anti-phase motion of

bars, impact transient processes, stiffness and damping parameters of the elastic system.

The theoretical basis of the work includes analytical mechanics, vibration theory, Lagrange equations of the second kind, multi-mass dynamic modelling, numerical integration of systems of differential equations and methods for analysing transient processes. The experimental part is based on recording vibration signals of a laboratory physical model of the screen, analysing digital time histories, determining the peak-to-peak value of the first contact impulse, the post-impact damping interval, the influence of an intermediate layer of bulk material and spatial transmission of impact disturbance.

The scientific novelty consists in developing a mathematical model of a balanced bar screen-loader with an eccentric drive that combines translational and angular motions of working bodies, phase-coordinated anti-phase motion of bars and impulse loading; improving the description of dynamic balancing by taking into account the relationships between masses, moments of inertia and stiffness characteristics of the central and side bars; further developing methods for modelling impact non-stationary modes; and improving the experimental approach for evaluating impact-damped processes in a laboratory physical model of the screen.

The practical value of the results lies in the possibility of using the developed mathematical model, calculation dependencies and methodological recommendations for preliminary selection of parameters of working bodies, elastic supports, eccentric drive and operating modes of balanced bar screen-loaders. The results were implemented within research project No. DR0122U201676, in the educational process of the Department of Engineering and Design in Mechanical Engineering of Dnipro University of Technology, and transferred for practical use at Okeanmashenergo LLC and Paritet SOFT LLC.

Keywords: balanced grizzly screen-reloader; rock mass transportation; mathematical and numerical modeling; dynamic processes; vibro-impact interaction; phase-synchronized motion; non-stationary operating mode; design and

operating parameters; dynamic loads; experimental verification; reliability; vibrating and vibratory conveying machines; screening; measuring system; statistical analysis.

**Наукові праці, в яких опубліковано основні наукові результати
дисертаційного дослідження:**

Публікації у наукових фахових виданнях України

1. Franchuk V., Antsiferov O., Havrylenko S. Dynamics of a balanced screen-loader with an eccentric drive. Збірник наукових праць Національного гірничого університету. 2025. № 80. С. 177–... <https://doi.org/10.33271/crpnmu/80.177>

Особистий внесок здобувача полягає у формуванні розрахункової схеми врівноваженого грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом, участі в побудові математичної моделі динаміки системи, виконанні чисельного аналізу режимів руху та інтерпретації результатів щодо впливу параметрів привода на коливальний процес.

2. Franchuk V., Zabolotnyi K., Antsiferov O., Havrylenko S. Investigation of a spatially-oscillating vibrating screen with longitudinal ridges. Geo-Technical Mechanics. 2025. № 175. С. 68–83. <https://doi.org/10.15407/geotm2025.175.068>

Особистий внесок здобувача зведено до участі в аналізі конструктивної схеми грохота з просторовими коливаннями робочого органа, підготовки вихідних даних для моделювання, оцінювання динамічних параметрів і узагальнення результатів дослідження впливу поздовжніх ребер на робочий процес.

3. Заболотний К. С., Анциферов О. В., Гавриленко С. С. Особливості динаміки грохота з просторовими коливаннями робочого органа. Збірник наукових праць Національного гірничого університету. 2025. № 82. С. 165–174. <https://doi.org/10.33271/crpnmu/82.165>

Особистий внесок здобувача полягає у виконанні аналізу особливостей руху робочого органа грохота, формуванні розрахункових залежностей для оцінювання його просторових коливань, участі в чисельному моделюванні та обробленні результатів, що характеризують динамічну поведінку системи.

4. Гавриленко С. С. Моделювання перехідного процесу збалансованого грохота-перевантажувача при ударному навантаженні. Фундаментальні та

прикладні проблеми чорної металургії. 2026. Вип. 40. С. 261–271.
<https://doi.org/10.52150/2522-9117-2026-40-017>

Особистий внесок здобувача полягає в самостійному розробленні моделі перехідного процесу врівноваженого грохота-перевантажувача при ударному навантаженні, визначенні початкових умов ударної взаємодії, проведенні чисельного розрахунку нестационарних режимів та аналізі згасання коливань системи.

5. Гавриленко С. С. Експериментальне дослідження ударного відгуку балкової моделі середнього колосника грохота-перевантажувача. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. 2026. № 2. С. 9–16. <https://doi.org/10.20998/2079-0775.2026.2.02>

Особистий внесок здобувача полягає в самостійному плануванні та проведенні експериментальних досліджень ударного відгуку балкової моделі середнього колосника, обробленні експериментальних сигналів, визначенні параметрів ударно-затухаючого режиму та встановленні впливу енергії удару, податливості опорної системи і шару присипки.

6. Гавриленко С. С. Обґрунтування жорсткісних параметрів пружних опор врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача. Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. 2026. Вип. 41. С. 26–36.
<https://doi.org/10.15421/4226103>

Особистий внесок здобувача полягає в самостійному обґрунтуванні жорсткісних параметрів пружних опор врівноваженого грохота-перевантажувача, визначенні умов узгодження жорсткостей опор середнього та крайніх колосників, виконанні розрахунків статичних прогинів і власних частот та узагальненні інженерних висновків для розрахунку пружної системи.

Публікації, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

1. Гавриленко С. С. Стан питання щодо розробки вібраційного врівноваженого перевантажувача. Наукова весна 2023: збірник матеріалів XIII Міжнародної науково-технічної конференції аспірантів та молодих вчених, м.

Дніпро, 1–3 березня 2023 р. Дніпро: НТУ «ДП», 2023. С. 278–279.
https://rmv.nmu.org.ua/ua/arkhiv-zbirok-konferentsiy/naukova-vesna-2023/Scientific_Spring_2023.pdf

2. Гавриленко С. С. Дослідження динаміки врівноваженого грохоту-перевантажувача з ексцентриковим приводом. Потураївські читання: матеріали XXI Всеукраїнської науково-технічної конференції, м. Дніпро, 23 лютого 2024 р. Дніпро: НТУ «ДП», 2024. С. 73–74.
https://science.nmu.org.ua/ua/ndc/sector_nttm/poturaev-readings/thesiz-2024.pdf

3. Гавриленко С. С. Аналіз функціонування грохоту-перевантажувача з ексцентриковим приводом і його динаміки. Наукова весна 2024: збірник матеріалів XIV Міжнародної науково-технічної конференції аспірантів та молодих вчених, м. Дніпро, 27–29 березня 2024 р. Дніпро: НТУ «ДП», 2024. С. 236–237. https://rmv.nmu.org.ua/ua/arkhiv-zbirok-konferentsiy/naukova-vesna-2024/Scientific_Spring_2024.pdf

4. Франчук В. П., Анциферов О. В., Гавриленко С. С. Вібраційний грохот-перевантажувач з ексцентриковим приводом. Стан, проблеми та перспективи розвитку науки, освіти, технологій і суспільства: збірник тез доповідей Міжнародної науково-практичної конференції, м. Кременчук, 20 грудня 2024 р. Кременчук: ЦФЕНД, 2024. С. 63–64.
<https://www.economics.in.ua/2024/12/20.html>

5. Франчук В. П., Анциферов О. В., Гавриленко С. С. Амплітудно-частотна характеристика вібраційного грохота-перевантажувача. Потураївські читання: тези XXII Міжнародної науково-технічної конференції, м. Дніпро, 14 лютого 2025 р. Дніпро: НТУ «ДП», 2025. С. 13–14.
https://science.nmu.org.ua/ua/ndc/sector_nttm/poturaev-readings/thesiz-2025.pdf

6. Гавриленко С. С. Дослідження траєкторії коливань середнього колосника врівноваженого ГПК з ексцентриковим приводом. Молодь: наука та інновації – 2025: матеріали конференції. Дніпро: НТУ «ДП», 2025. Т. 2. С. 309–

310. <https://rmv.nmu.org.ua/ua/arkhiv-zbirok-konferentsiy/molod-nauka-ta-innovatsii-2025/molod-2025-vol2.pdf>

7. Гавриленко С. С. Визначення еквівалентних жорсткісних характеристик гумометалевих опор грохота-перевантажувача. Потураївські читання: тези XXIII Міжнародної науково-технічної конференції, м. Дніпро, 13 лютого 2026 р. Дніпро: НТУ «ДП», 2026. С. 107–109. https://science.nmu.org.ua/ua/ndc/sector_nttm/poturaev-readings/thesiz-2026.pdf

8. Гавриленко С. С. Експериментальна верифікація ударно-затухаючого режиму балкової моделі середнього колосника грохота-перевантажувача. 81-а студентська науково-технічна конференція «Тиждень студентської науки», м. Дніпро, 20–24 квітня 2026 р. Дніпро: НТУ «ДП», 2026. С. 724–726. <https://science.nmu.org.ua/ua/conferences/week-of-studsci/Zvit-2026-2.pdf>

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СКОРОЧЕНЬ І СИМВОЛІВ

ВСТУП

РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ КОНСТРУКЦІЙ, РЕЖИМІВ РОБОТИ ТА МЕТОДІВ ДОСЛІДЖЕННЯ ВІБРАЦІЙНИХ ГРОХОТІВ-ПЕРЕВАНТАЖУВАЧІВ

1.1 Призначення та область застосування колосникових грохотів-перевантажувачів

1.2. Аналіз конструкцій сучасних вібраційних грохотів

1.3 Аналіз динамічних процесів у вібраційних системах

1.4. Огляд математичних моделей вібраційних машин

1.5. Аналіз методів експериментального дослідження вібраційних машин

1.6. Постановка наукової проблеми та задач дослідження

Висновки до розділу 1

РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВРІВНОВАЖЕНОГО КОЛОСНИКОВОГО ГРОХОТА-ПЕРЕВАНТАЖУВАЧА

2.1 Вибір розрахункової схеми механічної системи

2.2 Формування кінетичної та потенційної енергії системи

2.2.1 Метод побудови рівнянь руху

2.2.2 Кінетична та потенційна енергія системи

2.2.3 Дисипація енергії в системі

2.2.4 Визначення жорсткісних характеристик пружних опор грохота-перевантажувача

2.3 Побудова системи диференціальних рівнянь руху

2.3.1 Рівняння руху в поздовжньо-кутовій площині

2.3.2 Рівняння руху у вертикально-кутовій площині

2.4 Математичне моделювання фазового узгодження та аналіз рухів колосників

2.5 Моделювання нестационарних ударних навантажень

2.6 Чисельна реалізація математичної моделі

Висновки до розділу 2

РОЗДІЛ 3. ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГРОХОТА В СТАЦІОНАРНИХ І НЕСТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМАХ

3.1 Дослідження амплітудно-частотних характеристик та стаціонарного режиму

3.1.1 Постановка задачі та основні припущення

3.1.2 Аналіз стаціонарного режиму коливань

3.2 Аналіз стійкості фазово узгоджених режимів руху колосників

3.2.1 Фазові портрети як спосіб оцінювання характеру руху

3.2.2 Синфазний режим як небажаний граничний випадок

3.2.3 Протифазний режим як робочий режим грохота-перевантажувача

3.2.4 Умови збереження стійкого фазового узгодження

3.2.5 Узагальнення результатів аналізу

3.3 Дослідження пускових режимів і поздовжніх перехідних процесів

3.4 Дослідження нестационарних ударних режимів

3.5 Визначення раціональних параметрів грохота

Висновки до розділу 3

РОЗДІЛ 4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ ГРОХОТА З УРАХУВАННЯМ УДАРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ТА ПРОМІЖНОГО ШАРУ СИПКОГО МАТЕРІАЛУ

4.1 Постановка задачі експериментального дослідження

4.2 Лабораторна фізична модель грохота

4.3 Вимірювальний тракт і тарування

4.4 Програма експерименту і методика обробки сигналів

4.5 Дослідження сталого коливального режиму в контрольних точках T1–T9

4.6 Основна ударна серія у точці T5 при $h = 25$ см

4.7 Вплив проміжного шару сипкого матеріалу

4.8 Передавання ударного збурення по робочій поверхні

4.9 Узгодження експерименту з математичною моделлю

4.10 Межі достовірності результатів

4.11 Висновки до розділу 4

РОЗДІЛ 5. ІНЖЕНЕРНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ПРОЄКТУВАННЯ ГРОХОТІВ-ПЕРЕВАНТАЖУВАЧІВ

5.1. Методика інженерного розрахунку грохота

5.1.1. Загальна структура методики

5.1.2. Вибір технологічних вихідних даних і обмежень

5.1.3. Урахування ударного навантаження

5.1.4. Критерії прийнятності проєктних параметрів

5.2. Вибір параметрів ексцентрикового приводу

5.2.1. Геометричні та кінематичні параметри ексцентрикового збудження

5.2.2. Частота обертання

5.2.3. Фазове узгодження та синхронізація

5.2.4. Перевірка потужності приводу

5.3. Розрахунок пружної системи

5.3.1. Вибір жорсткості опор

5.3.2. Демпфувальні властивості

5.3.3. Забезпечення вібростійкості гумометалевих опор

5.4. Рекомендації щодо зменшення динамічних навантажень

5.4.1. Оптимізація конструкції

5.4.2. Зниження ударних впливів

5.4.3. Підвищення ресурсу системи

5.5. Практичне використання результатів дослідження

5.5.1. Напрями використання методики

5.5.2. Очікуваний інженерно-економічний ефект

5.5.3. Перспективи застосування

5.5.4. Узагальнення інженерного результату

Висновки до розділу 5

ВИСНОВКИ

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

Додаток А. Технічні характеристики лабораторної фізичної моделі грохота та вимірювального комплексу

Додаток Б. Методика обґрунтування параметрів врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів з урахуванням розрахунково-моделювального аналізу та експериментальної перевірки

Додаток В. Акт впровадження матеріалів дисертаційного дослідження в межах НДР № ДР0122U201676

Додаток Г. Акт впровадження результатів дисертаційного дослідження в навчальний процес

Додаток Д. Акт впровадження результатів дисертаційного дослідження на підприємстві ТОВ «Океанмашенерго»

Додаток Е. Акт застосування розрахунково-моделювальної методики у ТОВ «Паритет СОФТ»

ВСТУП

Актуальність теми. Промисловий розвиток України значною мірою пов'язаний з ефективністю гірничодобувної промисловості, зокрема з удосконаленням технологічних процесів видобутку, транспортування та первинної переробки гірничої маси. В умовах збільшення продуктивності кар'єрів і переходу до потокових та циклічно-потокових технологій особливого значення набувають перевантажувальні пункти, які забезпечують передавання матеріалу між транспортними ланками без порушення безперервності виробничого процесу.

Однією з найвідповідальніших ділянок таких технологічних ліній є зона завантаження стрічкового конвеєра. Саме в цій зоні стрічка сприймає ударні навантаження від падіння великогабаритних шматків гірничої маси, а також додаткові навантаження, пов'язані з нерівномірністю потоку, прослизанням матеріалу та взаємодією шматків різної крупності. Це призводить до прискореного зношування стрічки, підвищення динамічних навантажень на вузли конвеєра, збільшення витрат на обслуговування та зниження надійності транспортної системи.

Для зменшення шкідливого впливу ударних навантажень застосовують перевантажувальні пристрої, грохоти-живильники та колосникові грохоти, які забезпечують попереднє розділення матеріалу, формування підсипки з дрібних фракцій та більш рівномірне завантаження конвеєрної стрічки. Нерухомі колосникові грохоти мають просту конструкцію та високу механічну надійність, однак характеризуються значними габаритами, імовірністю застрягання шматків між колосниками, залипанням робочих щілин під час переробки вологих матеріалів та обмеженою ефективністю грохочення.

Вібраційні грохоти та грохоти-перевантажувачі усувають частину зазначених недоліків завдяки примусовому коливальному руху робочих

органів. Водночас у реальних умовах експлуатації такі машини працюють не лише у стаціонарному режимі, а й у нестаціонарних режимах, що виникають під час пуску, зміни завантаження, падіння великогабаритних шматків матеріалу та короткочасного порушення усталеного руху. Саме ці режими часто визначають максимальні динамічні навантаження, ресурс пружних опор, стабільність амплітуди коливань і надійність роботи всієї системи.

Перспективним напрямом є застосування врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів з ексцентриковим приводом, у яких протифазний рух окремих колосників дає змогу зменшити передавання інерційних сил на основу. Однак для обґрунтування параметрів таких машин необхідна математична модель, що враховує масово-інерційні характеристики колосників, жорсткість і демпфування пружних опор, фазову узгодженість руху робочих органів, а також імпульсні навантаження від падіння шматків матеріалу. Недостатня розробленість цих питань зумовлює актуальність теми дисертаційної роботи.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційне дослідження виконано в межах науково-дослідної роботи № ДР0122U201676 «Розвиток теорії обґрунтування і вибору конструктивних та технологічних параметрів технічних об'єктів галузевого машинобудування» зі строком виконання 01.2023–12.2025. У межах зазначеної НДР підготовлено методичні та розрахункові матеріали щодо аналізу динамічної врівноваженості, траєкторій коливань і нестаціонарних режимів роботи врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом.

Наукова проблема. Незважаючи на значну кількість досліджень, присвячених вібраційним грохотам, живильникам та транспортно-грохотним машинам, недостатньо розробленими залишаються питання динаміки врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів у нестаціонарних режимах роботи. Більшість відомих підходів орієнтована на аналіз усталених

гармонічних коливань, тоді як реальна робота перевантажувальних пунктів супроводжується імпульсними діями, короткочасними перехідними процесами, зміною технологічного навантаження та взаємодією робочих органів із сипким матеріалом.

Наукова суперечність полягає в тому, що підвищення продуктивності перевантажувальних пунктів потребує інтенсивної динамічної дії на матеріал і стабільного коливального режиму, тоді як падіння великогабаритних шматків та нерівномірність завантаження спричиняють короткочасні динамічні перевантаження, здатні порушувати усталений рух і збільшувати навантаження на основу та пружні елементи. Розв'язання цієї суперечності потребує обґрунтування параметрів врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача на основі математичного моделювання нестационарних режимів роботи.

У результаті дисертаційного дослідження розв'язується наукове завдання з розроблення та експериментальної верифікації динамічної моделі врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача, яка дозволяє обґрунтовувати параметри системи не лише за умовами сталого руху, а й за реакцією на пускові та ударні нестационарні збурення.

Мета роботи – обґрунтування конструктивних і режимних параметрів врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача на основі математичного моделювання його стаціонарних, пускових і нестационарних ударних режимів роботи з урахуванням ударного навантаження від падіння великогабаритних шматків матеріалу.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати такі задачі:

- провести аналіз конструкцій вібраційних грохотів, грохотів-живильників і колосникових грохотів-перевантажувачів, а також методів дослідження їх динаміки в стаціонарних і нестационарних режимах;

- обґрунтувати розрахункову схему врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом, визначити узагальнені координати, масово-інерційні та жорсткісні параметри системи;
- розробити математичну модель коливального руху грохота-перевантажувача на основі рівнянь Лагранжа II роду з урахуванням кінетичної та потенційної енергії, дисипації, фазово узгодженого протифазного руху колосників і дії зовнішніх збурень;
- дослідити динамічні характеристики системи в пускових, стаціонарних і нестаціонарних ударних режимах, встановити вплив жорсткості пружних опор, масово-інерційних параметрів і параметрів ексцентрикового приводу на амплітуди та характер коливань;
- розробити й реалізувати методику експериментального дослідження ударно-затухаючих процесів на фізичній моделі, виконати порівняння розрахункових і експериментальних результатів та оцінити адекватність математичної моделі;
- сформулювати практичні рекомендації щодо вибору параметрів врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача та зменшення динамічних навантажень у нестаціонарних режимах.

Об’єкт дослідження – динамічний процес роботи врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача під час транспортування та грохочення сипкої гірничої маси в стаціонарних і нестаціонарних режимах.

Предмет дослідження – закономірності коливального руху врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом, амплітудно-частотні характеристики, фазова узгодженість протифазного руху колосників, ударні перехідні процеси, жорсткісні та демпфувальні параметри пружної системи.

Методи дослідження. Теоретичні дослідження виконано з використанням методів аналітичної механіки, теорії коливань, рівнянь Лагранжа II роду, методів складання багатомасових динамічних моделей, а

також чисельного інтегрування систем диференціальних рівнянь. Для аналізу нестационарних режимів використано імпульсну постановку ударної взаємодії та методи дослідження перехідних процесів. Експериментальні дослідження базуються на реєстрації вібраційних сигналів лабораторної фізичної моделі грохота, аналізі часових реалізацій, визначенні амплітудно-часових характеристик, порівнянні вимкненого та увімкненого режимів, оцінюванні впливу проміжного шару сипкого матеріалу і просторового передавання ударного збурення.

Обґрунтованість і достовірність результатів дослідження забезпечуються використанням положень аналітичної механіки, теорії коливань і рівнянь Лагранжа II роду; узгодженістю прийнятої розрахункової схеми з фізичною структурою досліджуваного об'єкта; чисельною реалізацією системи диференціальних рівнянь; зіставленням результатів математичного моделювання з експериментальними даними лабораторної фізичної моделі грохота; а також використанням однакових критеріїв обробки часових реалізацій ударно-затухаючих процесів.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в такому:

- вперше в межах єдиної розрахункової схеми запропоновано математичну модель врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом, яка поєднує поступальні та кутові рухи робочих органів, фазово узгоджений протифазний рух колосників і дію імпульсного навантаження від падіння великогабаритного шматка матеріалу;
- удосконалено підхід до опису динамічного врівноваження грохота-перевантажувача шляхом урахування співвідношень між масами, моментами інерції та жорсткісними характеристиками середнього і крайніх колосників;
- набули подальшого розвитку методи моделювання нестационарних ударних режимів вібраційних машин, у яких падіння шматка матеріалу розглядається як короткочасне імпульсне збурення, що формує початкові умови перехідного процесу;

– удосконалено експериментальний підхід до оцінювання ударно-затухаючих процесів у лабораторній фізичній моделі грохота шляхом використання розмаху першого контактного імпульсу, післяударної ділянки затухання та безрозмірних показників впливу проміжного шару сипкого матеріалу і передавання ударного збурення по робочій поверхні.

Практичне значення одержаних результатів полягає у можливості використання розробленої математичної моделі, розрахункових залежностей і методичних рекомендацій для інженерного обґрунтування параметрів врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів. Результати роботи можуть бути застосовані під час вибору жорсткості пружних опор, параметрів ексцентрикового приводу, оцінювання динамічних навантажень у пускових і ударних режимах, а також під час розроблення рекомендацій щодо зменшення передачі вібрацій на основу та підвищення ресурсу елементів перевантажувального обладнання. Практичне використання результатів підтверджено впровадженням матеріалів дисертаційного дослідження в межах НДР № ДР0122U201676, впровадженням методичних рекомендацій у навчальний процес кафедри інжинірингу та дизайну в машинобудуванні НТУ «Дніпровська політехніка», впровадженням методики попереднього вибору і перевірки параметрів врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів на підприємстві ТОВ «Океанмашенерго», а також застосуванням розрахунково-моделювального та алгоритмічного блоку методики у ТОВ «Паритет СОФТ» для підготовки даних у CAD/CAE-середовищах.

Методичні матеріали та документи, що підтверджують практичне використання результатів, винесено в додатки без дублювання основного тексту дисертації.

Особистий внесок здобувача. Автором виконано аналіз сучасних конструкцій і методів дослідження вібраційних грохотів-перевантажувачів, обґрунтовано розрахункову схему досліджуваної системи, сформовано

математичну модель її руху, виконано чисельне моделювання стаціонарних, пускових і нестаціонарних ударних режимів, розроблено експериментальну методику, проведено обробку експериментальних сигналів і сформульовано інженерні рекомендації щодо вибору параметрів врівноваженого грохота-перевантажувача. У працях, виконаних у співавторстві, здобувачу належать формування розрахункової схеми, підготовка вихідних даних, участь у побудові математичної моделі, чисельне моделювання, аналіз динамічних режимів і узагальнення результатів у межах теми дисертації.

Апробація результатів дослідження. Основні положення та результати дисертаційної роботи апробовано на науково-технічних конференціях: «Наукова весна 2023»; XXI Всеукраїнській науково-технічній конференції «Потураївські читання» 2024; «Наукова весна 2024»; Міжнародній науково-практичній конференції «Стан, проблеми та перспективи розвитку науки, освіти, технологій і суспільства» 2024; XXII Міжнародній науково-технічній конференції «Потураївські читання» 2025; конференції «Молодь: наука та інновації – 2025»; XXIII Міжнародній науково-технічній конференції «Потураївські читання» 2026; 81-й студентській науково-технічній конференції «Тиждень студентської науки» 2026.

Публікації. За результатами дисертаційного дослідження опубліковано 14 наукових праць, з яких 6 публікацій відображають основні наукові результати дисертації, а 8 публікацій засвідчують апробацію матеріалів дослідження. Перелік праць із зазначенням особистого внеску здобувача наведено перед змістом дисертації.

На захист виносяться:

- математична модель врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом, що враховує масово-інерційні, жорсткісні й демпфувальні параметри системи;

- умови динамічного врівноваження та фазової узгодженості протифазного руху середнього і крайніх колосників;

– підхід до моделювання нестационарного ударного навантаження від падіння великогабаритного шматка матеріалу як імпульсного збурення системи;

– експериментальна методика оцінювання ударно-затухаючих процесів і критерії зіставлення розрахункових та експериментальних результатів.

Структура дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел і додатків. У першому розділі виконано аналіз конструкцій, режимів роботи та методів дослідження вібраційних грохотів-перевантажувачів. У другому розділі розроблено математичну модель врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача. У третьому розділі досліджено динамічні характеристики системи в стаціонарних і нестационарних режимах. У четвертому розділі наведено експериментальні дослідження та верифікацію математичної моделі. У п'ятому розділі сформульовано інженерну методику обґрунтування параметрів і практичні рекомендації щодо проєктування грохотів-перевантажувачів.

Додатки містять технічні характеристики лабораторної фізичної моделі та вимірювального комплексу, методику обґрунтування параметрів грохота-перевантажувача, а також акти впровадження і застосування результатів дисертаційного дослідження.

РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ КОНСТРУКЦІЙ, РЕЖИМІВ РОБОТИ ТА МЕТОДІВ ДОСЛІДЖЕННЯ ВІБРАЦІЙНИХ ГРОХОТІВ-ПЕРЕВАНТАЖУВАЧІВ

У першому розділі виконано огляд конструктивних рішень, технологічного призначення, режимів роботи та методів дослідження вібраційних грохотів-перевантажувачів. Матеріал побудовано у послідовності від аналізу місця колосникових грохотів у технологічних процесах гірничих підприємств до формулювання наукової проблеми дисертації. Така логіка дозволяє сформувати передумови для обґрунтування параметрів врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача на основі математичного моделювання стаціонарних, пускових, перехідних та ударних нестаціонарних режимів.

1.1 Призначення та область застосування колосникових грохотів-перевантажувачів

Колосникові грохоти-перевантажувачі застосовуються у технологічних лініях гірничих, дробильно-сортувальних і збагачувальних підприємств для приймання крупнокускової гірничої маси, попереднього відокремлення дрібної фракції, формування рівномірного потоку матеріалу та передавання його на наступні транспортні або дробильні операції. У таких технологічних процесах вони працюють у складі бункерно-живильних вузлів, перевантажувальних пунктів, дробильно-сортувальних комплексів і конвеєрних ліній, де одночасно виконують функції приймання, транспортування, попереднього грохочення та захисту подальшого обладнання [1–3].

У технологічних процесах гірничих підприємств потік матеріалу зазвичай є нерівномірним за масою, крупністю, вологістю та висотою падіння. Особливо складними є ділянки первинного приймання та перевантаження, де

на робочу поверхню обладнання надходять окремі великогабаритні шматки. За таких умов грохот-перевантажувач повинен не лише відокремлювати дрібну фракцію, а й зменшувати локальні ударні навантаження, забезпечувати кероване переміщення матеріалу та обмежувати передачу динамічних реакцій на фундамент, бункерні конструкції та конвеєрну стрічку.

У транспортно-перевантажувальних системах колосниковий грохот виконує роль проміжної динамічної ланки між джерелом надходження гірничої маси та конвеєрним або дробильним обладнанням. Падіння шматків безпосередньо на стрічку або жорсткий жолоб спричиняє інтенсивне зношування, локальні пошкодження, додаткові вібрації та зниження надійності роботи транспортної системи. Вібраційна колосникова поверхня дає змогу частково розсіювати енергію удару, відокремлювати дрібний матеріал, формувати захисну підсипку та стабілізувати потік перед подальшим транспортуванням [4–6].

Для узагальнення місця колосникового грохота у технологічному процесі переробки гірничої маси розглянемо типову схему руху матеріалу від розвантаження руди до отримання концентрату. Така схема дає змогу показати роль колосникового грохота як початкової ланки попереднього розділення матеріалу та зменшення ударного впливу на подальше обладнання. Типову технологічну схему наведено на рис. 1.1.

Руда надходить у зону розвантаження (1) та подається до приймального бункера (2), звідки потрапляє на колосниковий грохот (3) для попереднього відокремлення крупних і дрібних фракцій. Далі матеріал спрямовується на вібраційний грохот (4), де здійснюється додаткове сортування, а дрібна фракція проходить через фільтраційне сито (5). Частина матеріалу транспортується конвеєром (6), а також надходить до лоткового класифікатора (7) для розділення за крупністю.

Крупніша фракція після попереднього сортування подається до конусної дробарки (8), де здійснюється подрібнення матеріалу. Після цього руда

надходить у стрижневий млин (9) для первинного помелу, а далі – у класифікатор (11), де відбувається поділ матеріалу за розміром частинок. Матеріал, що потребує подальшого до подрібнення, спрямовується у кульовий млин (12).

Для вилучення магнітної складової застосовується магнітний сепаратор (10). Після цього матеріал подається через жолоб (13) на стадію термічної обробки в обпалювальній печі (14). Кінцевий продукт у вигляді концентрату для металургійного комбінату (15) направляється на подальше використання або відвантаження.

У межах цієї дисертації така технологічна схема використовується для обґрунтування місця колосникового грохота як динамічної ланки, що першою сприймає ударний потік матеріалу та впливає на подальшу стабільність транспортування.

Для подальшої постановки задачі важливо відокремити дві функції грохота-перевантажувача: технологічну, пов'язану з попереднім розділенням матеріалу, та динамічну, пов'язану зі сприйняттям короткочасних ударних дій. Саме друга функція визначає необхідність математичного моделювання нестационарних режимів, оскільки в реальних перевантажувальних пунктах максимальні навантаження можуть виникати не в усталеному режимі, а в момент падіння окремих великогабаритних шматків.

Тому подальший аналіз конструкцій, моделей і експериментальних методів спрямовано не на повний технологічний розрахунок дробильно-сортувальної лінії, а на обґрунтування параметрів грохота як пружно опертої коливальної системи, здатної зберігати працездатність після імпульсного збурення.

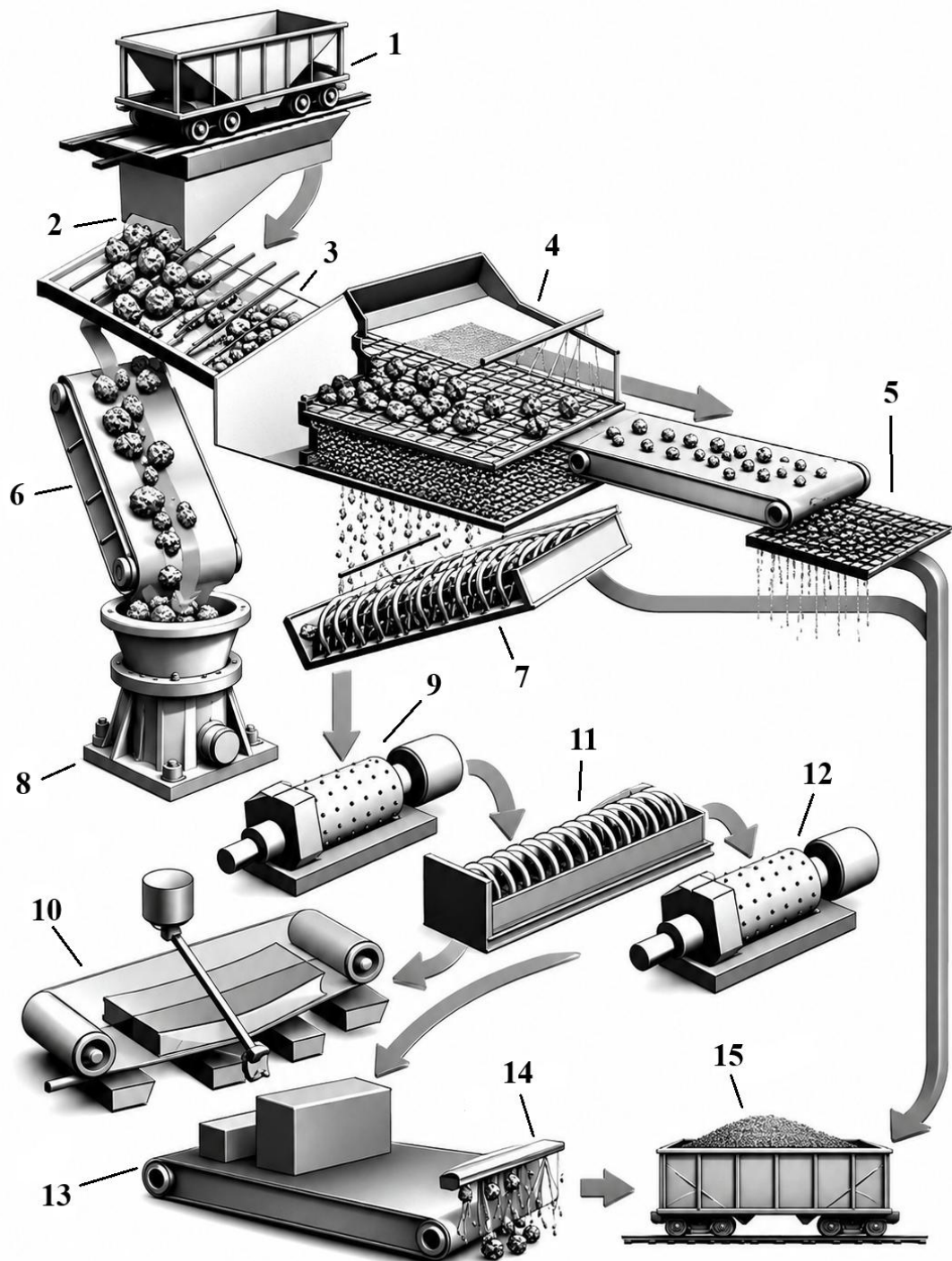


Рисунок 1.1 – Місце колосникового грохота у технологічному процесі
переробки гірничої маси:

1 – розвантаження руди; 2 – приймальний бункер; 3 – колосниковий грохот; 4 – вібраційний грохот; 5 – фільтраційне сито; 6 – конвеєр; 7 – лотковий класифікатор; 8 – конусна дробарка; 9 – стрижневий млин; 10 – магнітний сепаратор; 11 – класифікатор; 12 – кульовий млин; 13 – жолоб (агломераційний); 14 – фільтраційне сито; 15 – завантаження руди.

транспортер); 14 – обпалювальна піч; 15 – концентрат для металургійного комбінату.

Джерело: розроблено автором з використанням штучного інтелекту.

Класифікація вібраційних грохотів може здійснюватися за технологічним призначенням, типом робочої поверхні, характером траєкторії руху, типом приводу, способом опирання та ступенем динамічного врівноваження. За призначенням розрізняють класифікаційні, зневоднювальні, промивні, скальпувальні, живильні та перевантажувальні грохоти. За робочою поверхнею виділяють ситові, колосникові, пластинчасті й комбіновані конструкції. За типом траєкторії руху використовують машини з круговими, лінійними, еліптичними та просторово-складними коливаннями [7–8].

Узагальнену класифікацію вібраційних грохотів і грохотів-перевантажувачів за основними конструктивними та технологічними ознаками наведено в табл. 1.1. Така класифікація дозволяє показати, які типи обладнання застосовуються в гірничих технологічних процесах, а також визначити місце врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів серед інших вібраційних машин.

Для задачі цієї дисертації наведена класифікація має не лише оглядове, а й обґрунтовувальне значення, оскільки дозволяє відокремити загальні конструкції вібраційних машин від тих схем, які можуть працювати в умовах перевантаження крупнокусового матеріалу, дії локальних ударних навантажень і підвищених вимог до зменшення динамічних реакцій на основу. Тому під час подальшого аналізу особливу увагу приділено не тільки типу робочої поверхні та приводу, а й ступеню динамічного врівноваження машини

Класифікація вібраційних грохотів і грохотів-перевантажувачів

Класифікаційна ознака	Основні різновиди	Значення для задачі дослідження
За технологічним призначенням	класифікаційні, зневоднювальні, промивні, скальпувальні, живильні, перевантажувальні	визначає характер контакту з матеріалом, крупність шматків і рівень ударного навантаження
За робочою поверхнею	ситові, колосникові, пластинчасті, комбіновані	для крупнокускового матеріалу найбільш придатні колосникові та комбіновані системи
За траєкторією руху	кругова, лінійна, еліптична, просторово-складна	траєкторія впливає на транспортування, грохочення та самоочищення поверхні
За типом приводу	інерційні, ексцентрикові, електромагнітні, гідравлічні, комбіновані	тип приводу визначає амплітуду, фазу, пускові та перехідні режими
За кількістю збуджувачів	одновібраторні, двовібраторні, багатовібраторні	кількість збуджувачів впливає на можливість спрямованих або самосинхронізованих коливань
За ступенем врівноваження	неврівноважені, частково врівноважені, врівноважені	ступінь врівноваження визначає передачу динамічних сил на основу

Джерело: узагальнено автором на основі аналізу літературних та технічних джерел.

Колосникові грохоти відрізняються від ситових машин підвищеною механічною міцністю, оскільки їх робоча поверхня формується системою балок, пластин або решіток, здатних сприймати удари крупних шматків. Такі конструкції доцільні для первинної переробки руди, вугілля, щебеню, вапняку, гравію та інших мінеральних матеріалів. Водночас збільшення міцності

колосникової поверхні не усуває проблеми нестационарних динамічних навантажень, які виникають під час ударної взаємодії матеріалу з робочим органом.

Приклад встановлення колосникового грохота-перевантажувача у складі перевантажувального пункту наведено на рис. 1.2. На схемі показано надходження гірничої маси з транспортного засобу на колосникову поверхню, проходження дрібної фракції у приймальну частину та сприйняття навантажень бункерною конструкцією.

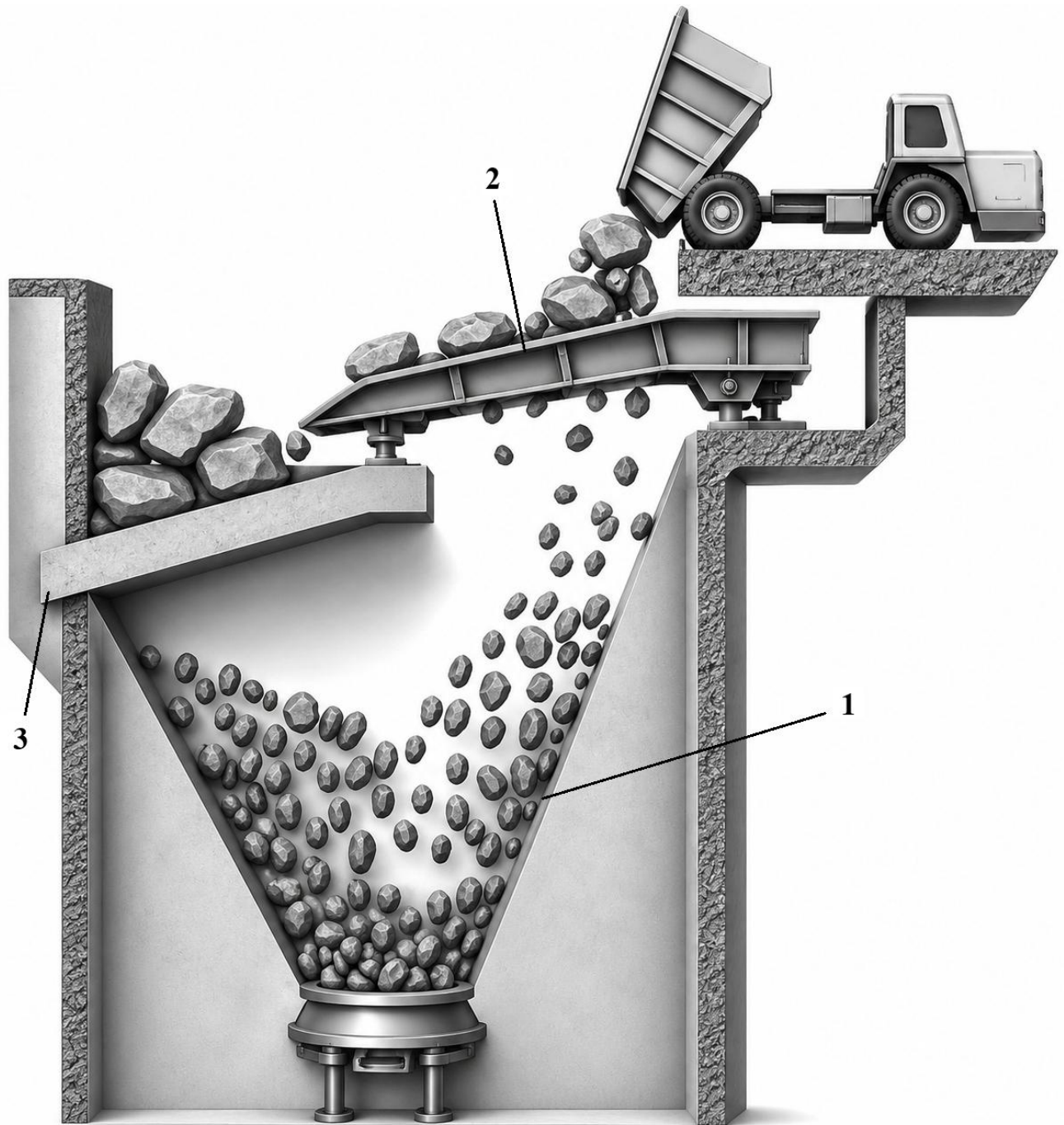


Рисунок 1.2 – Схема встановлення грохота на перевантажувальному пункті

Позначення: 1 – потік матеріалу, що проходить крізь колосникову поверхню у приймальну частину перевантажувального пункту; 2 – колосниковий грохот-перевантажувач; 3 – приймальний бункер / несуча бункерна конструкція перевантажувального пункту.

Джерело: розроблено автором з використанням штучного інтелекту.

Як видно з рис. 1.2, гірнича маса надходить із транспортного засобу на робочу поверхню колосникового грохота-перевантажувача (2). Під час руху матеріалу по колосниковій поверхні дрібні фракції проходять крізь проміжки між колосниками та спрямовуються у приймальну частину перевантажувального пункту (1), тоді як крупніші шматки переміщуються далі по робочій поверхні. Приймальний бункер і несуча конструкція (3) забезпечують розміщення обладнання та сприймають статичні й динамічні навантаження, що виникають під час розвантаження і грохочення матеріалу. Така схема підкреслює важливість дослідження динаміки грохота-перевантажувача, оскільки саме в цій зоні виникають інтенсивні ударні та нестационарні навантаження.

Для пояснення загального принципу роботи вібраційного грохота доцільно розглянути схему просіювання матеріалу на багатоярусній робочій поверхні. У такій машині матеріал подається на верхній ярус, переміщується під дією коливань і сили тяжіння, а дрібні фракції проходять крізь отвори робочих поверхонь на нижчі рівні. Загальну схему роботи вібраційного грохота наведено на рис. 1.3.

Ця схема є узагальненою і потрібна для відокремлення загального принципу грохочення від подальшого об'єкта дослідження — врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача, для якого визначальними стають не тільки просіювання, а й динамічне врівноваження та робота в ударних режимах.



Рисунок 1.3 – Загальна схема роботи вібраційного грохота

Джерело: розроблено автором з використанням штучного інтелекту.

Як видно з рис. 1.3, матеріал надходить на верхню робочу поверхню грохота, де під дією вібраційного збудження починає переміщуватися вздовж похилої поверхні. Частинки меншої крупності проходять крізь отвори сит або проміжки між робочими елементами та потрапляють на нижчі яруси, тоді як крупніша фракція рухається далі до розвантажувальної частини. Наявність кількох робочих поверхонь дає змогу виконувати послідовне розділення матеріалу за крупністю.

Коливальний рух створюється віброзбуджувачем, установленим на коробі грохота, а пружні опори забезпечують податливе встановлення машини та зменшують передачу динамічних навантажень на основу. Така схема є характерною для вібраційних грохотів загального призначення, однак у разі роботи з крупнокусковою гірничою масою та ударними навантаженнями виникає необхідність у посилених колосникових і врівноважених конструкціях.

Особливістю врівноважених конструкцій є зменшення результуючих інерційних сил, які передаються на основу машини. У загальному випадку це може досягатися використанням симетричних мас, протифазного руху робочих органів, зустрічного обертання збуджувачів або спеціального компоновання приводу. Для досліджуваного грохота-перевантажувача ключовою є багатоколосьникова схема, у якій середній колосьник рухається у протифазі до крайніх, що створює передумови для динамічного врівноваження системи без необхідності надмірного збільшення маси фундаменту.

Отже, колосьниковий грохот-перевантажувач необхідно розглядати як технологічну та динамічну ланку транспортно-перевантажувальної системи. Його ефективність визначається не лише якістю відокремлення дрібної фракції, а й здатністю сприймати ударні дії, забезпечувати стабільний рух матеріалу, обмежувати передачу інерційних сил на основу та зберігати працездатність у нестационарних режимах.

1.2. Аналіз конструкцій сучасних вібраційних грохотів

Конструкція сучасного вібраційного грохота визначається типом приводу, кількістю віброзбуджувачів, способом опирання, траєкторією робочого органа, видом пружних елементів, конструкцією ситової або колосьникової поверхні та вимогами до динамічної ізоляції. Для грохотів-перевантажувачів найбільше значення мають стійкість до ударів, можливість роботи з крупнокусковим матеріалом, самоочищення робочих щілин, стабільність амплітуди та зменшення навантажень на основу [9].

Одновібраторні системи мають один інерційний, ексцентриковий або електромагнітний збуджувач, який створює коливання короба або робочого органа. Їх перевагами є відносна простота конструкції, менша кількість вузлів, зручніше обслуговування та нижча вартість. Водночас одновібраторні схеми складніше врівноважити, а їх траєкторія руху може істотно змінюватися при

змінному завантаженні. Для важких перевантажувальних умов це призводить до підвищених реакцій на опори та необхідності застосування посиленої рами.

Прикладами промислового виконання інерційних вібраційних грохотів є похилі та самобалансні конструкції, які застосовуються для сортування, попереднього розділення та транспортування мінеральної сировини. Загальний вигляд таких машин наведено на рис. 1.4.

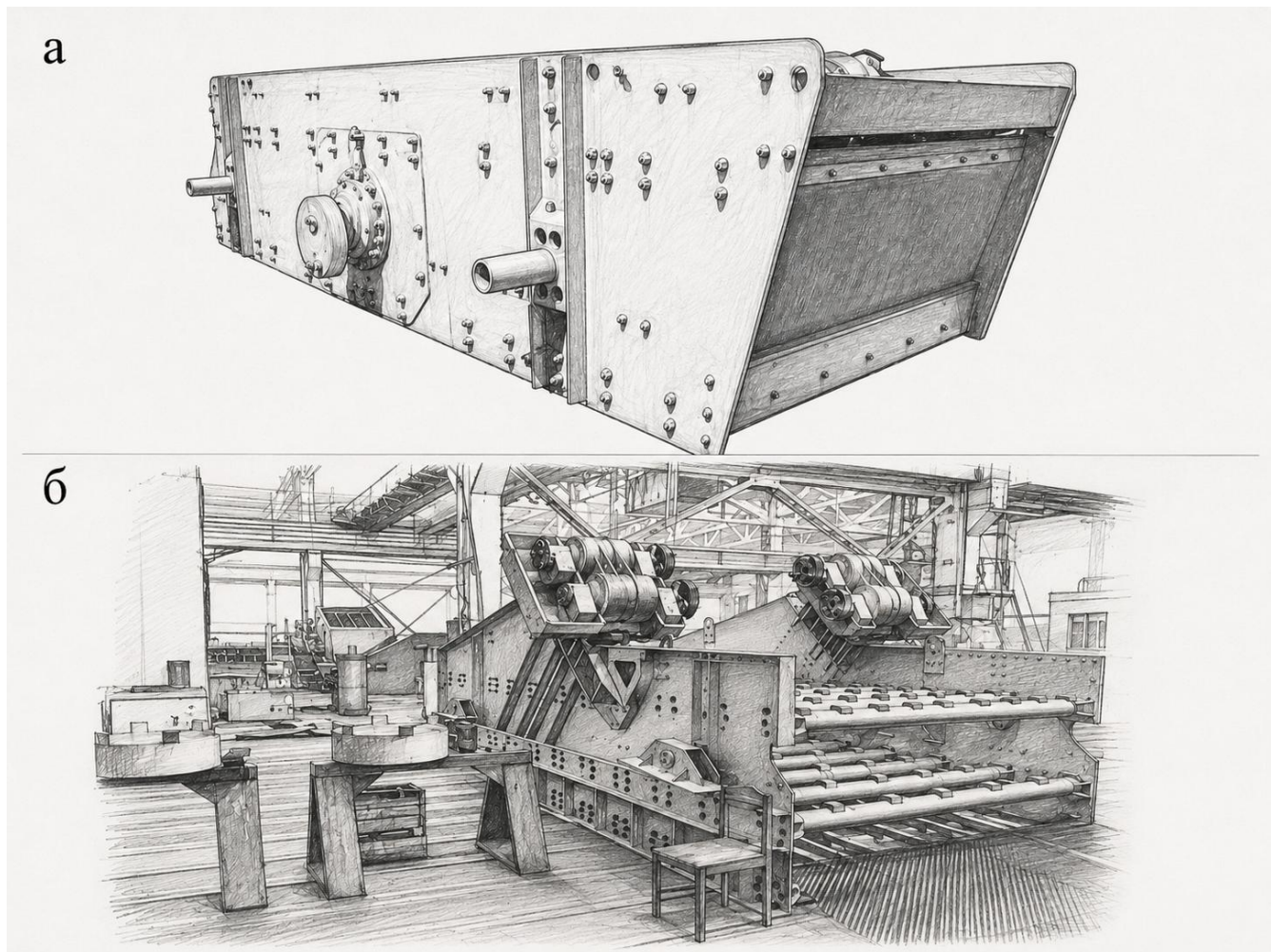


Рисунок 1.4 – Приклади промислових інерційних вібраційних грохотів:

а – інерційний похилий грохот ГІЛ-61;

б – інерційний самобалансний грохот ГІС-82А

Джерело: розроблено автором з використанням штучного інтелекту.

Як видно з рис. 1.4, промислові інерційні грохоти можуть мати різне конструктивне виконання залежно від призначення, продуктивності та умов експлуатації. Похилий інерційний грохот ГІЛ-61, наведений на рис. 1.4, а, має короб із робочою просіювальною поверхнею, встановлений під кутом до горизонту. Така схема забезпечує переміщення матеріалу вздовж робочої поверхні під дією сили тяжіння та вібраційного збудження.

Інерційний самобалансний грохот ГІС-82А, наведений на рис. 1.4, б, відрізняється використанням двох віброзбуджувачів, розташованих на коробі машини. Узгоджена робота збуджувачів дає змогу формувати спрямовану коливальну дію, покращувати транспортування матеріалу та зменшувати небажані поперечні складові коливань. Водночас такі конструкції потребують контролю фазового режиму, амплітуди коливань і динамічних реакцій, що передаються на опорні елементи.

Для більш детального розгляду будови інерційного вібраційного грохота доцільно перейти від загального вигляду промислових машин до їх узагальненої конструктивної схеми. Основні елементи інерційного грохота та їх взаємне розташування показано на рис. 1.5.

Розгляд цієї типової схеми дає змогу виділити ті елементи, які надалі переходять у розрахункову постановку: робочий орган, пружне опирання, збуджувач коливань і несучу основу. Саме взаємодія цих елементів визначає рівень динамічних реакцій.

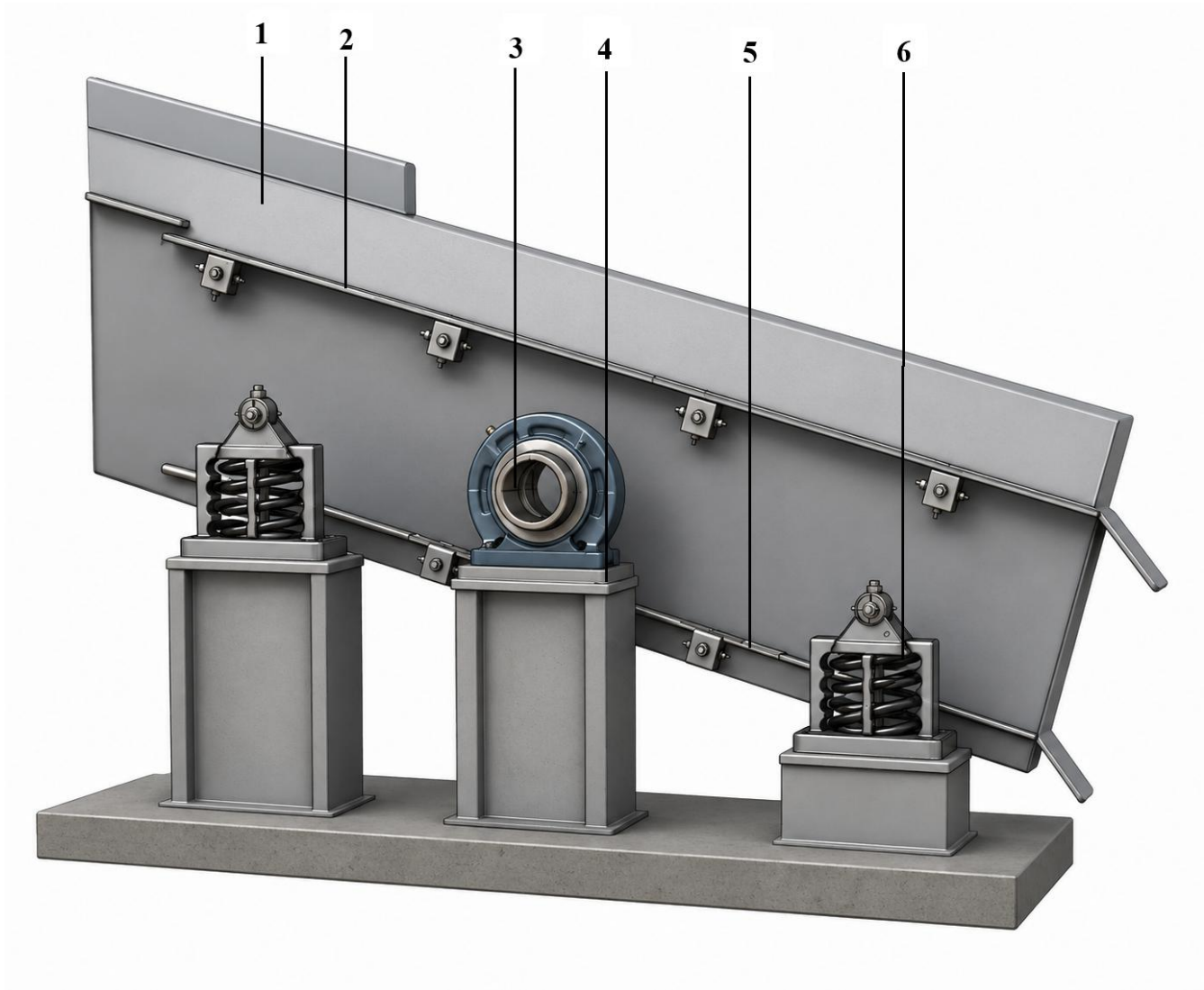


Рисунок 1.5 – Конструктивна схема інерційного вібраційного грохота:

1 – короб грохота; 2 – верхня робоча поверхня / верхнє сито; 3 – вібробудувач / підшипниковий вузол ексцентрикового вала; 4 – нижня робоча поверхня / нижнє сито; 5 – несуча рама або нижня частина короба грохота; 6 – пружна опора грохота.

Джерело: розроблено автором з використанням штучного інтелекту.

Як видно з рис. 1.5, основним несучим елементом інерційного вібраційного грохота є короб (1), у якому розміщуються робочі просіювальні поверхні (2) та (4). Коливальний рух створюється вібробудувачем (3), який формує періодичну інерційну силу та передає її на короб грохота. Нижня частина короба або несуча рама (5) забезпечує зв'язок робочої частини

машини з опорними елементами. Пружні опори (6) сприймають статичні та динамічні навантаження, обмежують передачу вібрацій на основу і визначають власні частоти системи. Така конструкція є типовою для інерційних грохотів, однак у разі роботи з крупнокусковим матеріалом і змінним навантаженням вона потребує додаткового аналізу пускових, перехідних та ударних режимів.

Двовіброторні системи використовують два дебалансні вали або два вібродвигуни. При зустрічному обертанні дебалансів складові інерційних сил в одному напрямку можуть взаємно компенсуватися, а в іншому — підсумовуватися, формуючи спрямовані лінійні або близькі до лінійних коливання. Такі схеми широко застосовуються у важких грохотах і живильниках, оскільки забезпечують краще транспортування матеріалу та можливість керування напрямом результуючої збурювальної сили [10–12].

Для порівняння різних компоновальних рішень інерційних вібраційних грохотів на рис. 1.6 наведено типові схеми розташування короба, віброзбуджувача та пружних опор. Таке порівняння дозволяє оцінити, як положення приводу й опорної системи впливає на характер передавання динамічних навантажень на основу.

Для роботи важливо, що зміна компоновання приводу або опор не є лише конструктивною відмінністю: вона змінює шлях передавання інерційних сил, умови проходження пускових режимів і характер реакції на локальне ударне збурення.

Отже, порівняльний огляд компоновальних схем безпосередньо пов'язаний із подальшим вибором розрахункової схеми: необхідно виділити такі узагальнені координати, масово-інерційні параметри та пружні зв'язки, які визначають не тільки усталений рух, а й реакцію на короточасну зміну навантаження.

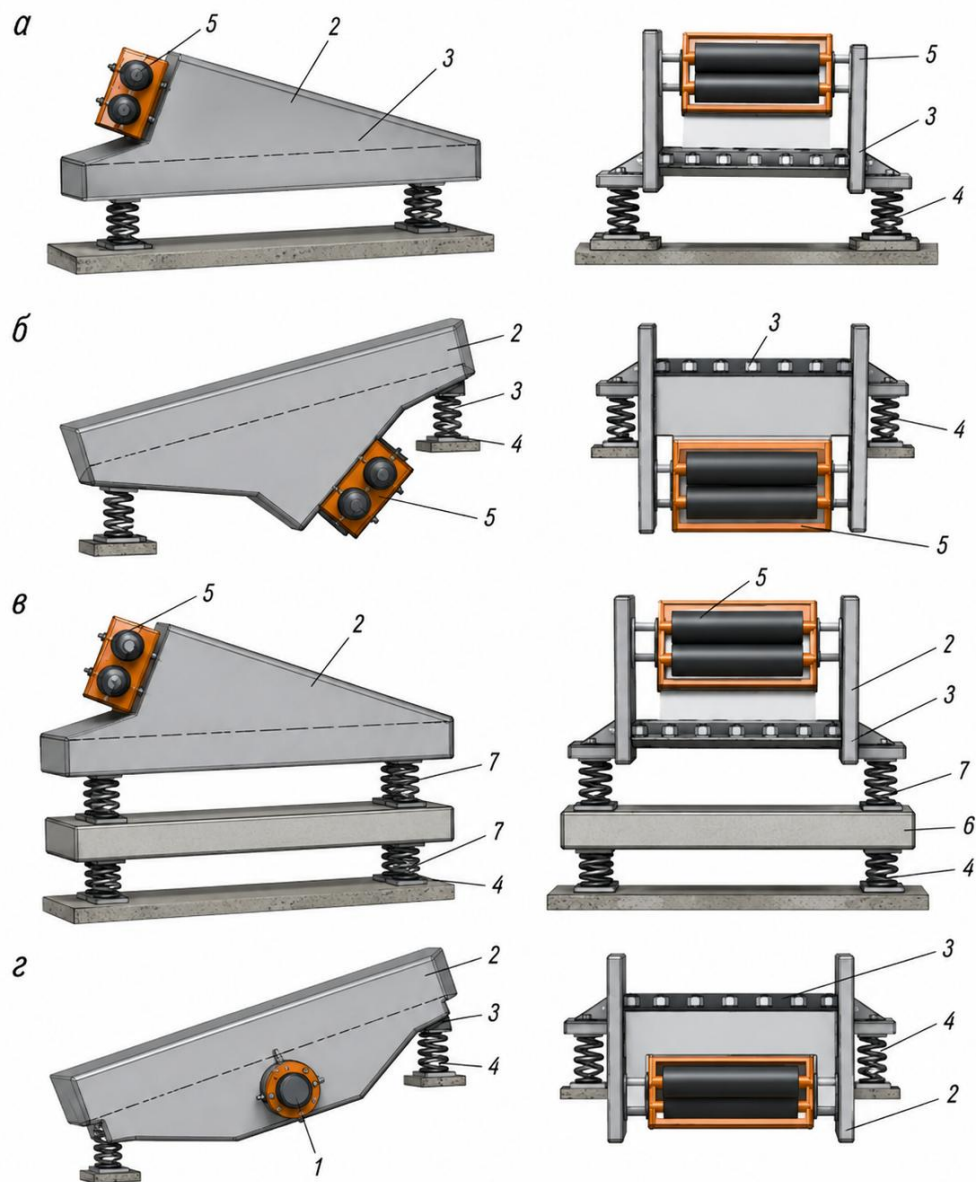


Рисунок 1.6 – Типові схеми вібраційних грохотів з інерційним приводом:

а – схема з верхнім розташуванням віброзбудувача; б – схема з нижнім розташуванням віброзбудувача; в – схема з проміжною врівноважувальною рамою; г – схема з приводом, розташованим у нижній частині корпуса; 1 – підшипниковий вузол / ексцентриковий вал приводу; 2 – короб грохота / бокова стінка робочого органа; 3 – робоча просіювальна або колосникова поверхня; 4 – пружні опори грохота; 5 – інерційний віброзбудувач / дебалансний блок; 6 – проміжна врівноважувальна рама; 7 – додаткові пружні елементи проміжної рами.

Джерело: розроблено автором з використанням штучного інтелекту.

Інерційні приводи створюють збурювальну силу внаслідок обертання дебалансних мас. Амплітуда коливань таких машин залежить від статичного моменту дебалансу, кутової швидкості, маси рухомої системи, жорсткості опор і технологічного навантаження. Зміна статичного моменту або частоти обертання дозволяє регулювати інтенсивність вібраційної дії, однак під час пуску та зупинки інерційні машини можуть проходити через резонансні області, що викликає короточасне збільшення амплітуд [13–14].

Адаптивні та резонансні вібраційні машини розглядаються в сучасних дослідженнях як засоби підвищення енергоефективності та стабілізації технологічних параметрів. Однак для грохотів-перевантажувачів важливо не тільки забезпечити ефективне грохочення, а й обмежити передачу динамічних реакцій на основу та врахувати ударні нестационарні збурення, що зумовлює потребу в окремому аналізі врівноваженої схеми [15–18].

Самосинхронізовані приводи використовують два або більше незалежних віброзбуджувачів, фазові співвідношення між якими встановлюються внаслідок динамічної взаємодії через коливальну систему. Такий принцип дозволяє формувати спрямовані коливання без жорсткого механічного зв'язку між валами. Проте самосинхронізація є чутливою до відмінностей параметрів двигунів, демпфування, масово-інерційних характеристик, а також руху матеріалу на робочій поверхні [19–21]. Для власної конструкції дисертації цей термін слід використовувати обережно: фазовий режим тут задається спільним ексцентриковим валом, тому коректніше говорити про фазово узгоджений протифазний рух.

Стендові дослідження інерційних грохотів з двома мотор-вібраторами підтверджують, що навіть для конструкцій зі спрямованими коливаннями важливими залишаються питання узгодження фаз, контролю амплітуд і оцінювання реакцій у перехідних режимах [22]. Саме тому для власної багатоколонкової схеми необхідно окремо формалізувати умови динамічного врівноваження та фазової узгодженості.

Ексцентрикові приводи відрізняються тим, що рух робочого органа значною мірою задається кінематично. Для грохотів-перевантажувачів це є перевагою, оскільки дає змогу стабілізувати робочу амплітуду і забезпечити задане фазове співвідношення між окремими колосниками. У врівноваженій схемі крайні колосники можуть рухатися в одній фазі, а середній — у протифазі до них. За відповідного добору мас, моментів інерції та жорсткостей така схема зменшує результуючі реакції на основу.

Конструктивну схему вібраційного живильника з ексцентриковим приводом наведено на рис. 1.7. Така схема дає змогу показати основні елементи машини, через які ексцентриковий привод формує коливальний рух робочого органа та забезпечує переміщення матеріалу вздовж просіювальної поверхні.

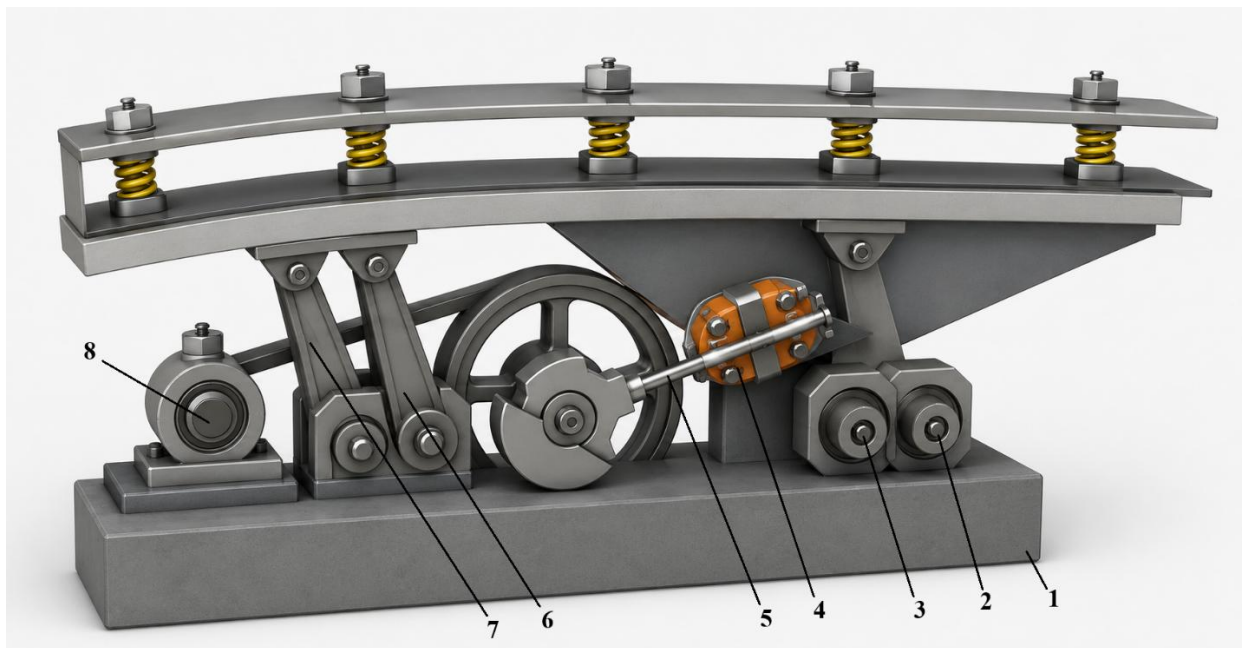


Рисунок 1.7 – Вібраційний живильник з ексцентриковим приводом:

1 – короб живильника; 2 – верхня робоча поверхня / верхнє сито; 3 – еластична муфта; 4 – електродвигун; 5 – ексцентриковий віброзбуджувач; 6 – підмоторна рама; 7 – нижня робоча поверхня / нижнє сито; 8 – підвіска / опорний вузол приводу.

Джерело: розроблено автором з використанням штучного інтелекту.

Як видно з рис. 1.7, вібраційний живильник складається з короба, робочих поверхонь, пружних елементів та ексцентрикового приводу. Обертання ексцентрикового віброзбуджувача створює періодичну збурювальну силу, яка передається на робочий орган і забезпечує переміщення матеріалу вздовж похилої поверхні. Така конструкція є важливою для аналізу грохотів-перевантажувачів, оскільки дає змогу показати зв'язок між параметрами приводу, амплітудою коливань, жорсткістю опор і динамічними реакціями, що передаються на основу.

Конструктивну схему ексцентрикового віброзбуджувача, який може застосовуватися у приводах вібраційних грохотів і грохотів-перевантажувачів, наведено на рис. 1.8. Такий вузол забезпечує формування періодичної інерційної сили за рахунок обертання вала з ексцентриковими елементами та передавання збурення на робочий орган машини.

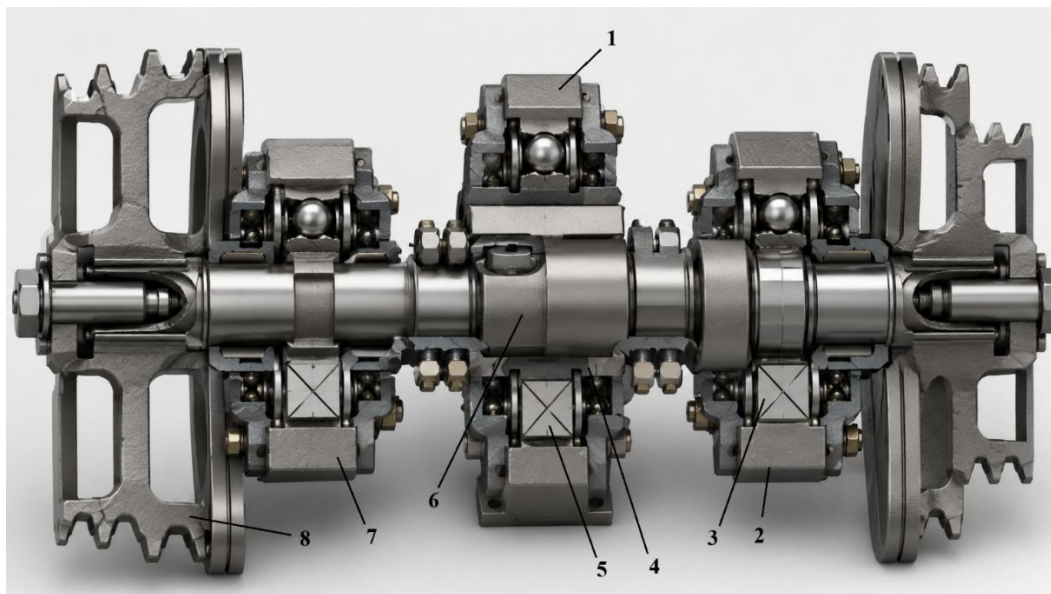


Рисунок 1.8 – Конструктивна схема ексцентрикового вібратора:

1 – корпус верхнього підшипникового вузла; 2 – корпус нижнього підшипникового вузла; 3 – підшипник кочення; 4 – опорна частина підшипникового корпуса; 5 – нижній підшипниковий вузол; 6 – ексцентрикова частина вала / ексцентрикова втулка; 7 – боковий підшипниковий корпус; 8 – приводний шків / маховик.

Джерело: розроблено автором з використанням штучного інтелекту.

Як видно з рис. 1.8, основним елементом ексцентрикового вібробуджувача є вал з ексцентриковою частиною (6), який обертається в підшипникових вузлах (1), (2), (5) і (7). Підшипники кочення (3) забезпечують обертання вала та сприймають радіальні навантаження, що виникають під час роботи приводу. Опорна частина корпусу (4) призначена для закріплення підшипникового вузла на несучій конструкції машини. Передавання обертального руху від електродвигуна може здійснюватися через приводний шків або маховик (8).

Під час обертання ексцентрикової частини вала (6) центр мас обертової системи зміщується відносно осі обертання, унаслідок чого виникає періодична інерційна сила. Саме ця сила є джерелом вимушених коливань робочого органа грохота. Для врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача конструкція ексцентрикового приводу має особливе значення, оскільки вона не лише формує амплітуду коливань, а й задає фазове співвідношення між середнім і крайніми колосниками. Тому під час математичного моделювання необхідно враховувати ексцентриситет, кутову швидкість, масово-інерційні параметри вала та умови передавання збурення на робочі органи.

Колосникові решітки мають специфічні конструктивні вимоги. Вони повинні витримувати удари крупних шматків, абразивне зношування, локальні контактні навантаження, нерівномірний потік і можливе заклинювання матеріалу між колосниками. Для зменшення забивання застосовують розширення щілин у напрямку руху матеріалу, змінний крок колосників, клиноподібні або фасонні профілі, знімні футерівки, посилені боковини та змінні зносостійкі елементи. При цьому збільшення жорсткості колосників підвищує міцність, але може збільшувати передачу ударних дій на основу та привод.

Для ілюстрації конструктивної схеми досліджуваного обладнання на рис. 1.9 наведено колосниковий грохот з ексцентриковим приводом. Така схема дає змогу показати взаємне розташування короба, колосникової поверхні, пружних опор, приводного механізму та несучої конструкції, а також підкреслити особливості передачі динамічних навантажень у процесі роботи машини.

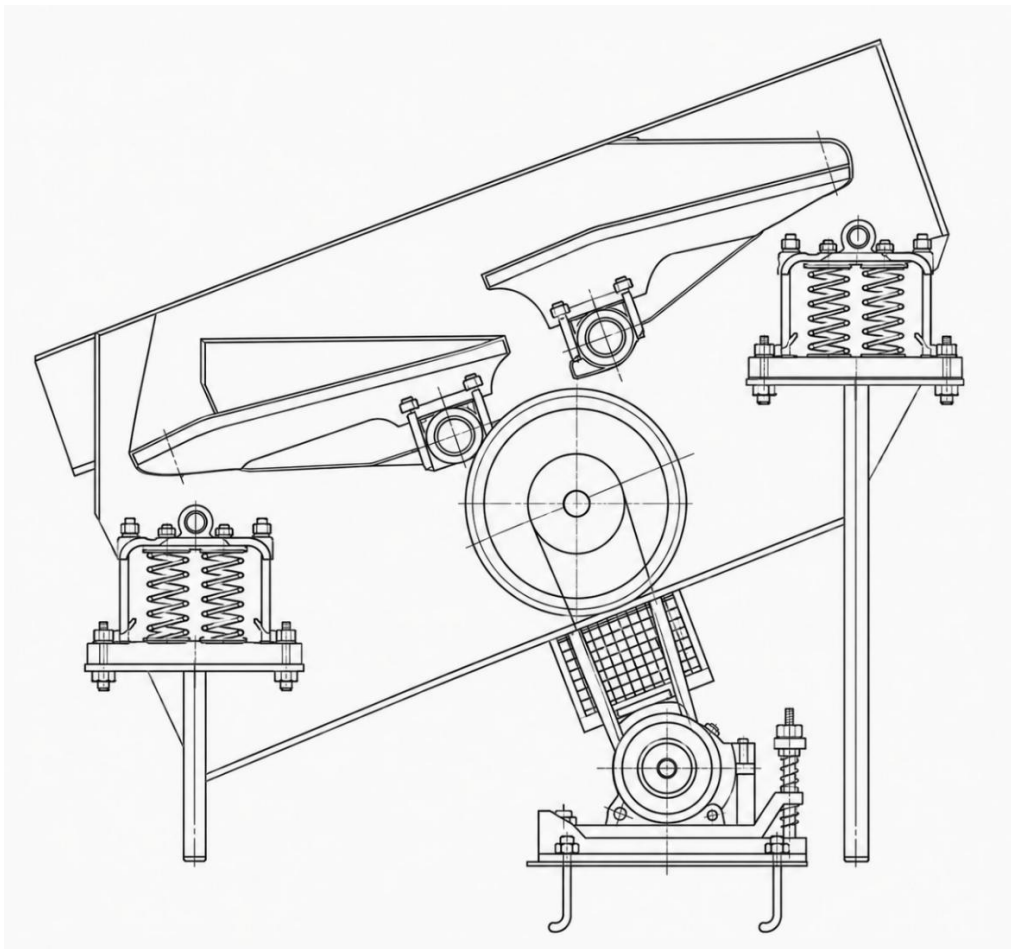


Рисунок 1.9 – Схема колосникового грохота з ексцентриковим приводом

Джерело: розроблено автором з використанням штучного інтелекту.

Як видно з рис. 1.9, колосниковий грохот з ексцентриковим приводом складається з похилого короба з робочою колосниковою поверхнею, який спирається на пружні опори та приводиться в коливальний рух від ексцентрикового механізму. Ексцентриковий привод, розміщений у нижній

частині конструкції, через систему валів і ланок передає збурювальну дію на короб, унаслідок чого формується коливальний рух робочого органа. Пружні опори забезпечують податливе встановлення машини, зменшують передачу коливань на основу та одночасно визначають жорсткісні характеристики системи. Така конструкція є перспективною для важких перевантажувальних умов, оскільки дозволяє поєднати активну дію на матеріал із можливістю зниження динамічних реакцій, однак потребує обґрунтування масово-інерційних, жорсткісних і режимних параметрів у стаціонарних та нестаціонарних умовах.

Аналіз конструктивних недоліків сучасних вібраційних грохотів показує, що для важких перевантажувальних умов найбільш критичними є: значні динамічні реакції на основу, чутливість амплітуди до завантаження, складність роботи у пускових режимах, локальне зношування робочих поверхонь, забивання щілин вологим матеріалом, нерівномірність розподілу навантаження між колосниками та недостатнє врахування одиничних ударів великогабаритних шматків. Саме ці недоліки визначають необхідність розробки моделі, яка враховує не тільки усталені гармонічні коливання, а й нестаціонарні режими.

Порівняльну характеристику основних конструктивних схем вібраційних грохотів, їх переваг, недоліків і доцільності використання для задачі дисертації наведено в табл. 1.2.

Таблиця 1.2

Порівняння конструктивних схем вібраційних грохотів

Тип конструкції	Переваги	Основні недоліки	Доцільність для задачі дисертації
Одновібраторна система	простота, менша кількість вузлів,	значні реакції на основу, складність	може застосовуватись як

Тип конструкції	Переваги	Основні недоліки	Доцільність для задачі дисертації
	зручне обслуговування	стабілізації траєкторії	базова схема, але не вирішує проблему врівноваження
Двовіброторна система	спрямовані коливання, краще транспортування матеріалу	потреба в узгодженні приводів і фазового режиму	корисна для аналізу принципів компенсації інерційних сил
Інерційний привід	велика збурювальна сила, регулювання інтенсивності	проходження резонансних зон, залежність амплітуди від завантаження	потребує аналізу пускових та перехідних режимів
Самосинхронізований привід	можливість самовстановлення фаз без жорсткого зв'язку	чутливість до параметрів приводів, демпфування і матеріалу	розглядається як порівняльний підхід, але не є основою власної конструкції
Ексцентриковий привід	кінематично задана амплітуда і фаза, придатність до протифазного руху	складніший валовий механізм, потреба у точному доборі параметрів	основна схема досліджуваного ГПК
Врівноважена багатоколосьникова схема	зменшення передачі інерційних сил на основу, придатність до важких умов	необхідність математичного обґрунтування мас, жорсткостей і фаз	найбільш перспективний напрям цієї дисертації

Джерело: узагальнено автором на основі аналізу літературних та технічних джерел.

Отже, найбільш доцільною для задачі дисертації є врівноважена багатоколосьникова схема з ексцентриковим приводом. Вона поєднує активну дію на матеріал із можливістю зниження динамічних реакцій на основу, однак

потребує обґрунтування масово-інерційних, жорсткісних та режимних параметрів у стаціонарних і нестаціонарних умовах.

1.3 Аналіз динамічних процесів у вібраційних системах

Динамічні процеси у вібраційних системах охоплюють стаціонарні коливання, пускові режими, перехідні процеси, ударні збурення та взаємодію робочого органа з сипким матеріалом. Для грохота-перевантажувача ці процеси мають різне інженерне значення: стаціонарний режим визначає технологічну ефективність грохочення і транспортування, пусковий режим — безпечність запуску, а ударні нестаціонарні режими — максимальні короточасні навантаження та ресурс елементів [23–26]. Окремі дослідження просторово коливальних грохотів із поздовжніми рифлями та грохотів із просторовими коливаннями робочого органа підтверджують, що траєкторія руху робочої поверхні істотно впливає на ефективність класифікації матеріалу і повинна враховуватися під час вибору динамічних параметрів грохота [27–28].

Стаціонарний режим характеризується усталеними амплітудами, частотами та фазовими співвідношеннями. У цьому режимі аналізують амплітудно-частотні характеристики, власні частоти, робочу область частот, форму траєкторії руху робочого органа та рівень динамічних реакцій. Для врівноваженої конструкції важливо, щоб основна енергія коливань реалізовувалася в робочому русі колосників, а переміщення несучої системи залишалися малими.

Пусковий режим є перехідним процесом від стану спокою до усталеного вимушеного руху. Для машин з інерційним або ексцентриковим збудженням у цей період можуть виникати підвищені амплітуди, короточасні резонансні

явища та збільшені навантаження на опори. Експериментальні й чисельні дослідження грохотів у перехідних станах підтверджують, що час запуску, частота проходження резонансних зон і параметри приводу істотно впливають на амплітуди та енергоспоживання.

Перехідні процеси виникають не тільки під час пуску, а й при зміні частоти, зміні маси матеріалу на поверхні, короткочасному прослизанні, заклинюванні шматків, зміні режиму подавання або ударному збуренні. Їх характер визначається співвідношенням власних і вимушених частот, рівнем демпфування, масою робочих органів, жорсткістю опор і характером зовнішньої дії. Для оцінювання таких процесів необхідно визначати максимальну амплітуду, тривалість затухання, залишкові переміщення та здатність системи повертатися до робочого фазового режиму [29].

Ударні навантаження є найбільш характерною нестационарною дією для грохотів-перевантажувачів. Падіння великогабаритного шматка матеріалу створює короткочасний імпульс, величина якого залежить від маси шматка, висоти падіння, швидкості транспортування, місця контакту, жорсткості робочої поверхні та наявності шару дрібного матеріалу. У першому наближенні такий вплив може бути поданий як імпульсне збурення або короткочасна силова дія, що формує початкові умови подальшого вільно-вимушеного руху системи.

Вплив сипкого матеріалу є окремою складовою динаміки вібраційної системи. Матеріал може збільшувати ефективну масу робочої поверхні, змінювати умови контакту, поглинати частину енергії удару, спричиняти нерівномірне навантаження та впливати на частотний склад коливань. Для урахування взаємодії «машина — матеріал» сучасні дослідження застосовують експериментальні підходи, багатомасові моделі та чисельні методи, а також аналіз енергетичної взаємодії системи «машина — середовище» [30–34].

Для сипких потоків додатково слід враховувати можливість сегрегації матеріалу, зміну швидкості руху частинок уздовж робочої поверхні, а також вплив вологості та крупності на ефективність просіювання. Дослідження руху зернового та мінерального матеріалу на віброживильниках і похилих поверхнях показують, що навіть за спрощеної геометрії взаємодія потоку з віброуючою поверхнею істотно змінює динамічну відповідь системи.

Оскільки робота грохота-перевантажувача супроводжується не лише усталеними коливаннями, а й пусковими, перехідними та ударними процесами, доцільно узагальнити ці режими за їх фізичною сутністю та параметрами аналізу. Таке узагальнення наведено в табл. 1.3.

Таблиця 1.3

Основні динамічні режими роботи грохота-перевантажувача

Режим роботи	Фізична сутність	Основні параметри аналізу	Значення для дисертації
Стаціонарний	усталені вимушені коливання при робочій частоті	амплітуда, частота, фаза, траєкторія, реакції на основу	визначає робочу область і ефективність врівноваження
Пусковий	розгін системи від спокою до робочої частоти	час виходу на режим, максимальні амплітуди, проходження резонансних зон	визначає безпечність запуску і запас динамічної стійкості
Перехідний	зміна руху через зміну параметрів або короткочасне збурення	тривалість затухання, власна складова, залишкові переміщення	показує здатність системи відновлювати робочий режим
Ударний	імпульсна дія від падіння шматка матеріалу	маса, висота, швидкість, імпульс, пікова реакція	є основним нестационарним

Режим роботи	Фізична сутність	Основні параметри аналізу	Значення для дисертації
			режимом грохота-перевантажувача
Взаємодія з матеріалом	контакт робочого органа з шаром сипкого середовища	ефективна маса, демпфування, розсіювання енергії, забивання щілин	визначає межі застосовності спрощеної моделі

Джерело: узагальнено автором на основі аналізу літературних та технічних джерел.

Таким чином, для досліджуваної машини недостатньо аналізувати лише усталений гармонічний режим. Необхідна модель, яка дозволяє послідовно описати стаціонарні коливання, пуск, короткочасний удар і затухання перехідного процесу, а також оцінити вплив масово-інерційних, жорсткісних і демпфувальних параметрів на динамічну безпеку конструкції.

1.4. Огляд математичних моделей вібраційних машин

Математичне моделювання вібраційних машин виконується з різним рівнем деталізації. Найпростішими є одномасові та двомасові моделі, що використовуються для попереднього визначення власних частот, амплітуд і резонансних областей. Для складніших машин застосовують багатомасові моделі, рівняння Лагранжа, метод скінченних елементів, нелінійні контактні моделі та чисельне моделювання взаємодії робочого органа із сипким матеріалом [35–38].

Моделі на основі рівнянь Лагранжа II роду є доцільними для опису багатомасових систем із кількома узагальненими координатами. Вони дозволяють послідовно врахувати кінетичну енергію рухомих мас, потенційну енергію пружних елементів, дисипативні сили та зовнішні збурення. Для врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача такий підхід є

основним, оскільки система включає поступальні і кутові рухи колосників, пружні опори, ексцентрикове збудження та фазову взаємодію робочих органів

Багатомасові системи подають реальну конструкцію як сукупність твердих тіл, з'єднаних пружними та демпфувальними елементами. Їх перевагою є можливість аналізу власних частот, амплітудно-частотних характеристик, пускових і ударних перехідних процесів, а також впливу масово-інерційних параметрів. Для досліджуваного ГПК багатомасова модель дозволяє відобразити взаємодію середнього та крайніх колосників, несучої системи, пружних опор і ексцентрикового приводу.

FEM-підходи забезпечують детальне дослідження напружено-деформованого стану колосників, рам, зварних швів, боковин, опорних вузлів і деталей приводу. Їх доцільно застосовувати для уточнення локальних напружень, оцінювання міцності та перевірки конструктивних елементів. Водночас FEM-моделі потребують детальної геометрії, значної кількості параметрів і великих обчислювальних ресурсів, тому для багаторазового параметричного аналізу нестационарної динаміки всієї машини вони є менш зручними [39–43].

Нелінійні динамічні моделі враховують зазори, сухе тертя, змінну жорсткість, обмежувачі ходу, односторонній контакт, частковий відскок і нелінійне демпфування. Вони точніше відображають реальні умови роботи, але потребують значної кількості параметрів, які складно визначити експериментально. Тому для першого етапу інженерного обґрунтування доцільно застосовувати лінеаризовану багатомасову модель, а нелінійні контактні ефекти вводити після експериментальної перевірки [44–47].

Окремий напрям становлять DEM, DEM-FEM та DEM-FEM-MBD підходи, які використовують для опису руху частинок матеріалу, контакту з робочою поверхнею та зворотного впливу матеріалу на динаміку машини. Такі моделі дають глибше уявлення про процес грохочення і контактну взаємодію,

однак потребують даних про форму частинок, коефіцієнти тертя, відновлення, адгезію, вологість і режим подавання. Для цієї дисертації вони розглядаються як перспективний напрям подальшого уточнення моделі, тоді як базовим є енергетичний багатомасовий підхід.

Чисельне моделювання нестационарних процесів може виконуватися також у середовищах інженерного аналізу та програмних комплексах багатотільної динаміки. Такі інструменти корисні для перевірки кінематичних схем, оцінювання траєкторій руху та попереднього аналізу міцності, однак для дисертаційної задачі вони мають допоміжний характер порівняно з аналітичною моделлю, побудованою на рівняннях Лагранжа.

Оскільки для дослідження грохота-перевантажувача можуть застосовуватися як аналітичні, так і чисельні підходи, необхідно визначити їх переваги та обмеження. Узагальнену характеристику математичних моделей, які використовуються для аналізу вібраційних машин, наведено в табл. 1.4.

Таблиця 1.4

Порівняння математичних моделей вібраційних машин

Підхід до моделювання	Переваги	Недоліки	Доцільність для цієї роботи
Рівняння Лагранжа	системне врахування кінетичної, потенційної та дисипативної складових	потребує коректного вибору координат і припущень	основний метод побудови моделі руху ГПК
Багатомасова лінійна модель	зручна для АЧХ, пускових і ударних процесів, придатна для параметричного аналізу	не деталізує локальні напруження і складний контакт	базовий інженерний рівень дослідження

Підхід до моделювання	Переваги	Недоліки	Доцільність для цієї роботи
FEM-модель	детально описує деформації, напруження і локальні концентрації	висока складність і потреба у детальній геометрії	допоміжний підхід для перевірки міцності
Нелінійна динамічна модель	може враховувати удари, зазори, відскок, тертя і змінну жорсткість	потребує великої кількості важко визначуваних параметрів	перспективний напрям уточнення після базової верифікації
DEM / DEM-FEM / MBD	описує рух частинок і взаємодію матеріалу з робочою поверхнею	значна обчислювальна складність і потреба в контактних параметрах	доцільно для подальшого уточнення впливу сипкого матеріалу

Джерело: узагальнено автором на основі аналізу літературних та технічних джерел.

Аналіз переваг і недоліків існуючих моделей показує, що для задачі дисертації раціональним є поєднання багатомасової моделі, побудованої на рівняннях Лагранжа, з чисельним інтегруванням і подальшою експериментальною верифікацією. Така модель достатньо проста для інженерного використання, але водночас дозволяє врахувати ключові фактори: масово-інерційні параметри, жорсткість опор, демпфування, фазову узгодженість колосників і короткочасні ударні збурення.

1.5. Аналіз методів експериментального дослідження вібраційних машин

Експериментальні дослідження вібраційних машин необхідні для перевірки математичних моделей, уточнення параметрів демпфування,

визначення реальних амплітуд і частот, а також для виявлення ефектів, які важко врахувати аналітично. Для грохотів-перевантажувачів особливо важливо досліджувати нестационарні ударно-затухаючі процеси, оскільки саме вони визначають максимальні короточасні навантаження на робочі органи, опори та основу.

Вібродіагностика базується на реєстрації прискорень, швидкостей або переміщень за допомогою акселерометрів, віброперетворювачів, лазерних датчиків, оптичних систем або цифрових вимірювальних комплексів. За результатами таких вимірювань визначають амплітуди, частоти, спектральний склад, форму траєкторії, тривалість затухання, наявність ударних складових і зміну параметрів у часі. Для стендових досліджень важливими є правильне кріплення датчика, стабільність вимірювального тракту і вибір частоти дискретизації. Практичну реалізацію таких вимірювальних каналів забезпечують серійні віброперетворювачі, підсилювачі, індикатори та інші елементи вимірювальної апаратури, наведені у каталогах приладів [48].

Тензометрія використовується для визначення деформацій, напружень і сил у деталях конструкції. Тензодатчики можуть встановлюватися на колосниках, рамах, кронштейнах, опорах або зварних вузлах і давати інформацію про міцність конструкції під час роботи. Однак тензометричні вимірювання потребують калібрування, температурної компенсації, захисту датчиків і точного вибору місць встановлення. У цій дисертації тензометрія розглядається як перспективне доповнення, а основна перевірка виконується за вібраційними сигналами.

Вимірювання амплітуд і частот є базовим елементом оцінювання роботи вібраційних машин. Для стаціонарних режимів визначають амплітуду робочого ходу, частоту основної гармоніки, траєкторію руху та фазові співвідношення. Для ударних процесів одного максимального значення недостатньо, оскільки сигнал має двофазний і затухаючий характер. Доцільно додатково визначати розмах першого імпульсу, середньоквадратичне

значення, тривалість затухання, частоту власних коливань і повторюваність окремих реалізацій. Для подальшого використання отриманих результатів у розрахунках параметри пружних елементів доцільно подавати відповідно до вимог технічної документації на пружини, а чисельну обробку і перевірку розрахункових залежностей виконувати у спеціалізованих математичних програмних середовищах [49–50].

Цифрові системи реєстрації сигналів забезпечують збереження часових реалізацій, фільтрацію, спектральний аналіз, обчислення RMS, пікових значень, розмаху, часових інтервалів і коефіцієнтів затухання. Для нестационарного ударного процесу важливо зберігати саме часову форму сигналу, оскільки лише вона дозволяє відокремити первинний удар, можливий відскок, повторний контакт і подальше затухання. У дисертації такий підхід використовується під час аналізу часових реалізацій ударного відгуку лабораторної фізичної моделі грохота.

У подальших експериментальних дослідженнях важливим є поєднання вимірювального комплексу з коректною методикою обробки сигналів. Технічні характеристики вимірювального каналу визначають допустимий діапазон частот і чутливість, стандартизований опис пружних елементів потрібний для відтворюваності стенда, а програмні засоби типу MathCAD можуть застосовуватися для розрахунку нормованих показників, побудови графіків і перевірки чисельних залежностей.

Оскільки експериментальна перевірка математичної моделі потребує вибору відповідних вимірювальних параметрів, необхідно порівняти основні методи дослідження вібраційних машин. Узагальнення таких методів, їх переваг та обмежень наведено в табл. 1.5.

Таблиця 1.5

Методи експериментального дослідження вібраційних машин

Метод	Що визначається	Переваги	Обмеження
Акселерометрична вібродіагностика	прискорення, частота, ударна реакція, форма сигналу	висока чутливість, придатність для перехідних процесів	потрібне калібрування та коректна обробка сигналу
Вимірювання переміщень	амплітуда, траєкторія, робочий хід	безпосередній зв'язок із кінематикою	складність при малих переміщеннях і важких умовах
Тензометрія	деформації, напруження, сили в елементах	дає інформацію про міцність конструкції	не завжди відображає загальну динаміку системи
Спектральний аналіз	власні та вимушені частоти, домінуючі гармоніки	зручний для діагностики і порівняння режимів	потребує достатньої тривалості та якості сигналу
Цифрова реєстрація ударних сигналів	піки, розмах, RMS, час затухання, повторний контакт	найбільш придатна для нестационарних процесів	потрібна повторюваність удару і стабільність вимірювального тракту

Джерело: узагальнено автором на основі аналізу літературних та технічних джерел.

Для задачі цієї дисертації найбільш доцільною є реєстрація ударно-затухаючих вібраційних сигналів лабораторної фізичної моделі грохота з подальшим порівнянням вимкненого та увімкненого режимів, режимів без шару і з проміжним шаром сипкого матеріалу, а також прямого й віддаленого прикладання удару. Такий підхід дозволяє перевірити не абсолютну детальну контактну модель, а основні закономірності, покладені в основу теоретичної схеми: імпульсний характер збурення, затухаючий перехідний процес, вплив контактних умов та роль податливості пружно опертої системи.

1.6. Постановка наукової проблеми та задач дослідження

Проведений аналіз показує, що вібраційні грохоти-перевантажувачі працюють у складних умовах, де поєднуються стаціонарні робочі коливання, пускові процеси, змінне технологічне навантаження, ударна взаємодія великогабаритних шматків матеріалу з колосниками та контакт із шаром сипкого матеріалу. Наявні конструктивні рішення забезпечують грохочення і транспортування матеріалу, однак не завжди мають достатнє обґрунтування параметрів для нестаціонарних режимів.

Наукова суперечність полягає в тому, що для підвищення продуктивності перевантажувального пункту необхідно забезпечити інтенсивний коливальний вплив на матеріал, тоді як збільшення інтенсивності руху, нерівномірність завантаження і падіння великогабаритних шматків спричиняють короточасні динамічні перевантаження, які можуть порушувати усталений режим, збільшувати реакції на основу та зменшувати ресурс пружних елементів.

Необхідність дисертаційного дослідження зумовлена тим, що для врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача потрібно мати математичну модель, яка в межах єдиної розрахункової схеми описує масово-інерційні параметри колосників, жорсткість і демпфування пружних опор, фазово узгоджений протифазний рух робочих органів, стаціонарні та пускові режими, а також реакцію системи на короткочасне ударне навантаження.

Основна наукова проблема дисертації полягає у необхідності обґрунтування параметрів врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача на основі математичного моделювання нестаціонарних режимів роботи та подальшої експериментальної перевірки на фізичній моделі.

На основі проведеного аналізу конструкцій, режимів роботи, математичних моделей та експериментальних методів можна виділити основні невирішені питання, які визначають напрям подальшого дисертаційного

дослідження. Узагальнення цих питань, їх наслідків для роботи грохота-перевантажувача та напрямів розв'язання наведено в табл. 1.6.

Таблиця 1.6

Узагальнення невирішених питань і напрямів їх розв'язання

Виявлений недолік або невирішене питання	Наслідок для роботи грохота-перевантажувача	Напрямок розв'язання у дисертації
Обмежене врахування ударних нестационарних режимів	ризик недооцінки максимальних короткочасних навантажень	моделювання падіння шматка матеріалу як імпульсного збурення
Недостатня формалізація врівноваження багатокolosникової схеми	передача надлишкових інерційних сил на основу	узгодження мас, моментів інерції та жорсткостей середнього і крайніх колосників
Складність опису взаємодії із сипким матеріалом	розкид експериментальних результатів і зміна форми сигналу	введення меж застосовності моделі та експериментальна перевірка впливу присипки
Недостатня доказовість лише аналітичних розрахунків	неможливість оцінити реальний ударно-затухаючий процес	експериментальна перевірка ударно-затухаючого відгуку лабораторної фізичної моделі грохота та аналіз часових реалізацій сигналу
Чутливість режиму до жорсткості опор і демпфування	поява тривалих перехідних процесів	параметричний аналіз та обґрунтування раціональних параметрів

Джерело: узагальнено автором на основі аналізу літературних та технічних джерел.

Для розв'язання поставленої наукової проблеми у дисертаційній роботі необхідно виконати такі задачі:

- проаналізувати технологічне призначення, класифікацію, конструктивні схеми та умови роботи вібраційних грохотів і грохотів-перевантажувачів;
- визначити переваги й обмеження одновібраторних, двовібраторних, інерційних, самосинхронізованих, ексцентрикових і врівноважених конструкцій;
- обґрунтувати фізичну та розрахункову схему врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача з протифазним рухом середнього і крайніх колосників;
- розробити математичну модель руху системи на основі рівнянь Лагранжа II роду з урахуванням кінетичної, потенційної та дисипативної складових;
- дослідити стаціонарні, пускові та перехідні режими роботи грохота, встановити вплив масово-інерційних параметрів, жорсткості опор, демпфування і параметрів приводу на амплітуди та характер коливань;
- розробити підхід до моделювання нестационарного ударного навантаження від падіння великогабаритного шматка матеріалу та визначити реакцію системи на таке збурення;
- розробити експериментальну методику дослідження ударно-затухаючих процесів на лабораторній фізичній моделі грохота;
- виконати зіставлення розрахункових та експериментальних результатів за вибраними критеріями адекватності і сформулювати межі застосовності моделі;
- сформулювати інженерні рекомендації щодо вибору параметрів врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача та зменшення динамічних навантажень у нестационарних режимах.
- Таким чином, подальше дослідження переходить від огляду конструкцій і методів до побудови математичної моделі, чисельного аналізу її динамічних характеристик та експериментальної верифікації. Саме така

послідовність забезпечує логічний зв'язок між розділом 1 і наступними розділами дисертаційної роботи.

Висновки до розділу 1

1. Колосникові грохоти-перевантажувачі є важливою ланкою транспортно-перевантажувальних систем гірничих підприємств, оскільки забезпечують попереднє розділення матеріалу, зменшення ударного впливу на конвеєрну стрічку, формування більш рівномірного потоку та підвищення надійності перевантажувального пункту.

2. Встановлено, що вібраційні грохоти класифікуються за технологічним призначенням, типом робочої поверхні, траєкторією руху, типом приводу, кількістю збуджувачів і ступенем динамічного врівноваження. Для крупнокускового матеріалу найбільш доцільними є колосникові та комбіновані системи важкого виконання.

3. Аналіз конструкцій показав, що одновібраторні, двовібраторні, інерційні, самосинхронізовані та ексцентрикові схеми мають різні переваги й обмеження. Для задачі дисертації найбільш перспективною є врівноважена багатоколосникова схема з ексцентриковим приводом і фазово узгодженим протифазним рухом робочих органів.

4. Показано, що реальна робота грохота-перевантажувача визначається не тільки стаціонарними коливаннями, а й пусковими, перехідними та ударними нестационарними режимами, які можуть формувати максимальні динамічні навантаження на опори, привод і несучу конструкцію.

5. Узагальнено підходи до математичного моделювання вібраційних машин. Для цієї роботи раціональним є використання багатомасової моделі на основі рівнянь Лагранжа II роду з подальшим чисельним інтегруванням і експериментальною верифікацією, тоді як FEM, DEM і нелінійні контактні моделі доцільно розглядати як напрями подальшого уточнення.

6. Проаналізовано методи експериментального дослідження вібраційних машин і встановлено, що для перевірки моделі ударного режиму найбільш придатною є реєстрація ударно-затухаючих сигналів з аналізом пікових значень, розмаху першого імпульсу, частотних характеристик і тривалості затухання.

7. Сформульовано наукову проблему дисертації, яка полягає у необхідності обґрунтування параметрів врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача на основі математичного моделювання нестационарних режимів роботи.

РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВРІВНОВАЖЕНОГО КОЛОСНИКОВОГО ГРОХОТА- ПЕРЕВАНТАЖУВАЧА

У цьому розділі розроблено математичну модель врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача (далі — ГПК), яка є теоретичною основою для подальшого дослідження стаціонарних, пускових і нестаціонарних ударних режимів роботи. Логіка побудови моделі відповідає послідовності: вибір розрахункової схеми, введення узагальнених координат, формування кінетичної та потенційної енергій, урахування дисипації, отримання рівнянь руху та підготовка системи до чисельного інтегрування. Досвід моделювання динаміки грохота з двома мотор-вібраторами враховано як приклад побудови розрахункової схеми вібраційної машини з декількома збурювачами та фазовою взаємодією робочих органів [51]. Для досліджуваної врівноваженої схеми з ексцентриковим приводом використано попередньо отримані результати щодо динаміки грохота-перевантажувача, в яких обґрунтовано доцільність урахування взаємодії масово-інерційних параметрів колосників, пружних опор і параметрів ексцентрикового збудження [52].

На відміну від спрощених стаціонарних моделей, запропонована постановка враховує протифазне збудження крайніх і середнього колосників, жорсткісно-демпфувальні характеристики опор, масово-інерційні параметри елементів конструкції та можливість задання імпульсного збурення від падіння великогабаритного шматка матеріалу. Це дає змогу надалі оцінювати не тільки усталені амплітуди коливань, але й короткочасні перехідні процеси, що є ключовими для обґрунтування параметрів ГПК. Питання діагностики відмов пружин у вібраційних грохотах показує, що зміна жорсткості опор безпосередньо впливає на динамічну поведінку системи, тому у запропонованій моделі жорсткісні характеристики опор виділено як окрему групу параметрів [53].

2.1 Вибір розрахункової схеми механічної системи

Грохот-перевантажувач колосниковий (рис. 2.1) складається з трьох паралельно встановлених балок-колосників 1 пов'язаних між собою ексцентриковим валом 3, що приводиться в рух асинхронним електродвигуном. Ексцентриситети приводів крайніх колосників зміщені щодо середнього на 180 градусів, що забезпечує протифазний рух колосників. На основу колосники встановлені за допомогою пружних амортизаторів 2. Якщо конструкція пружних амортизаторів не передбачає фіксацію від бокового зсуву (виконують суто опорну функцію), бокові колосники пов'язані між собою штангами 4 з пружними елементами. За умови рівності маси й моменту інерції середнього колосника сумі моментів інерції бічних колосників, а, відповідно, жорсткості опорних амортизаторів середнього колосника дорівнює сумі жорсткості амортизаторів двох бічних колосників, динамічні навантаження на опори врівноважуються і на основу не передаються. Сила інерції падаючого шматка матеріалу сприймається колосниками і потім передається на стрічку конвеєра, на підсипку з дрібних фракцій матеріалу, що пройшов крізь щілини між колосниками. Для запобігання застрягання матеріалу у щілинах між колосниками виконані такими, що розширюються до місця розвантаження.

Подальший аналіз поведінки перевантажувача під час пуску та під дією падаючого шматка матеріалу виконується на основі прийнятої розрахункової схеми з послідовним уточненням масово-інерційних, жорсткісних і режимних параметрів. На етапі формування моделі параметри колосників і приводу приймаються з урахуванням вимоги динамічного врівноваження, тобто такого співвідношення мас, моментів інерції та жорсткостей, за якого мінімізується передавання інерційних сил на основу.

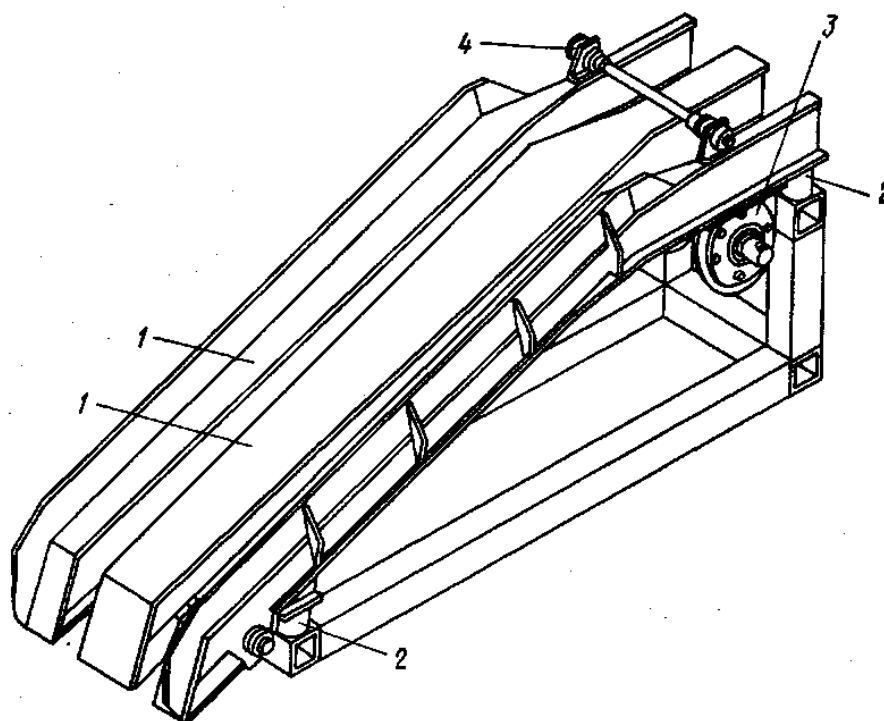
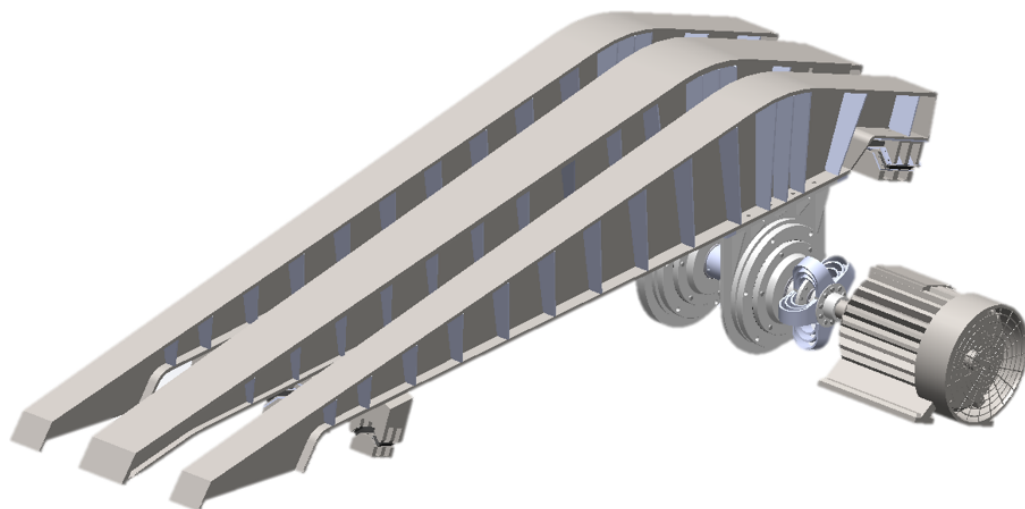


Рисунок 2.1 – Твердотільна модель і конструктивна схема грохота-перевантажувача

Джерело: розроблено автором.

Спочатку складається динамічна розрахункова схема рис. 2.2, і диференціальні рівняння руху, користуючись рівнянням Лагранжа II роду .

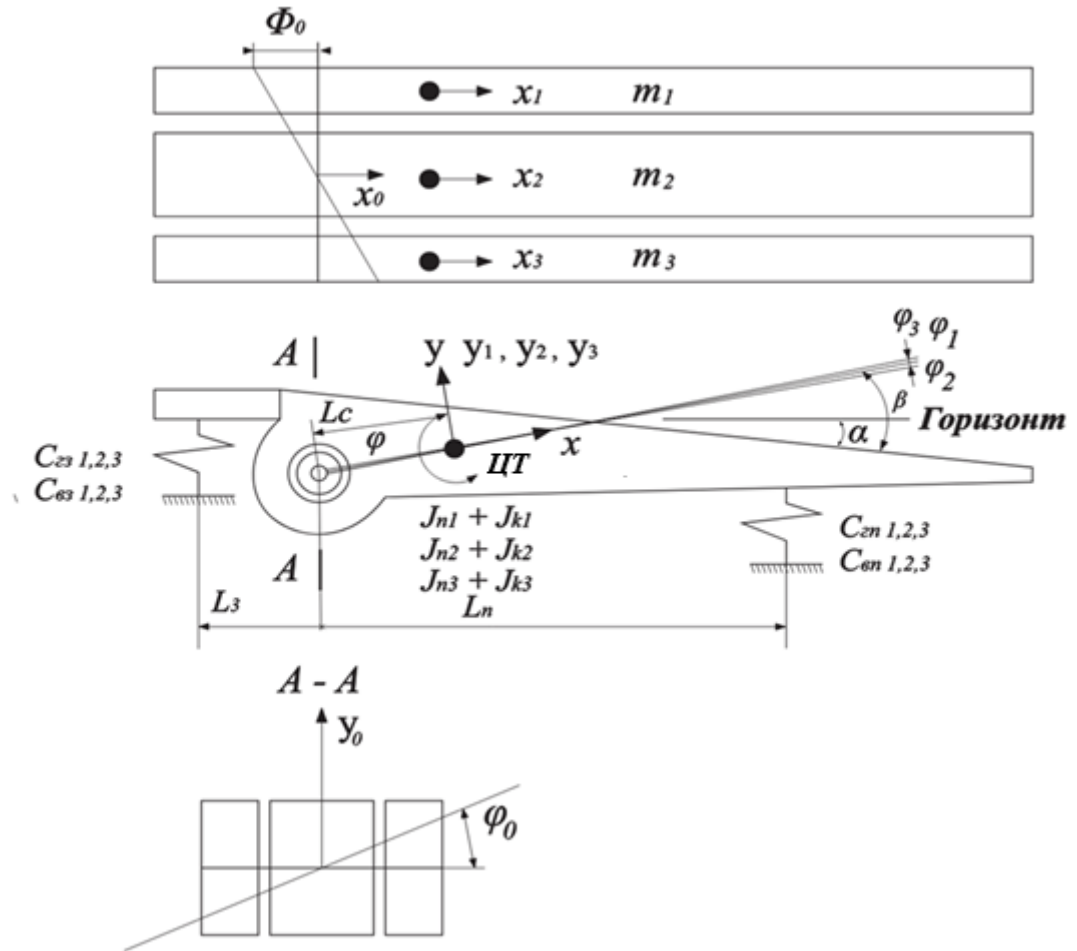


Рисунок 2.2 – Розрахункова схема грохота-перевантажувача

Джерело: розроблено автором.

На розрахунковій схемі представлені:

m_c — маса грохота-перевантажувача: 3150 кг;

m_{k1} — маса лівого колосника: 590 кг;

m_{k2} — маса середнього колосника: 1180 кг;

m_{k3} — маса правого колосника: 590 кг;

m_{n1} — маса вузла підшипника лівого колосника: 240 кг;

m_{n2} — маса вузла підшипника середнього колосника: 480 кг;

m_{n3} — маса вузла підшипника правого колосника: 240 кг;

J_{k1} — момент інерції лівого колосника відносно центра тяжіння:
 $2,36 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;

J_{k2} — момент інерції середнього колосника відносно центра тяжіння:
 $4,72 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;

J_{k3} — момент інерції правого колосника відносно центра тяжіння:
 $2,36 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;

J_{n1} — момент інерції вузла підшипника лівого колосника: $540 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;

J_{n2} — момент інерції вузла підшипника середнього колосника:
 $1,08 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;

J_{n3} — момент інерції вузла підшипника правого колосника: $540 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;

L_{o1} — відстань від осі до центра тяжіння лівого колосника: $1,5 \text{ м}$;

L_{o2} — відстань від осі до центра тяжіння середнього колосника: $1,5 \text{ м}$;

L_{o3} — відстань від осі до центра тяжіння правого колосника: $1,5 \text{ м}$;

L_{z1} — відстань від задніх опор до осі приводу для лівого колосника: 1 м ;

L_{z2} — відстань від задніх опор до осі приводу для середнього колосника:
 1 м ;

L_{z3} — відстань від задніх опор до осі приводу для правого колосника:
 1 м ;

L_{kp1} — відстань від центра тяжіння до розвантажувального кінця лівого колосника: $2,5 \text{ м}$;

L_{kp2} — відстань від центра тяжіння до розвантажувального кінця середнього колосника: $2,5 \text{ м}$;

L_{kp3} — відстань від центра тяжіння до розвантажувального кінця правого колосника: $2,5 \text{ м}$;

C_{yz1} — жорсткість задніх опор лівого колосника в напрямку осі y :
 $6 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$;

C_{yz2} — жорсткість задніх опор середнього колосника в напрямку осі y :
 $1,2 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$;

C_{yz3} — жорсткість задніх опор правого колосника в напрямку осі y :
 $6 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$;

C_{yn1} — жорсткість передніх опор лівого колосника в напрямку осі у:
 $6 \cdot 10^5$ Н/м;

C_{yn2} — жорсткість передніх опор середнього колосника в напрямку осі у: $1,2 \cdot 10^6$ Н/м;

C_{yn3} — жорсткість передніх опор правого колосника в напрямку осі у:
 $6 \cdot 10^5$ Н/м;

C_{xz1} — жорсткість задніх опор лівого колосника в напрямку осі х:
 $4 \cdot 10^5$ Н/м;

C_{xz2} — жорсткість задніх опор середнього колосника в напрямку осі х:
 $8 \cdot 10^5$ Н/м;

C_{xz3} — жорсткість задніх опор правого колосника в напрямку осі х:
 $4 \cdot 10^5$ Н/м;

C_{xn1} — жорсткість передніх опор лівого колосника в напрямку осі х:
 $4 \cdot 10^5$ Н/м;

C_{xn2} — жорсткість передніх опор середнього колосника в напрямку осі х: $8 \cdot 10^5$ Н/м;

C_{xn3} — жорсткість передніх опор правого колосника в напрямку осі х:
 $4 \cdot 10^5$ Н/м;

μ — безрозмірний коефіцієнт демпфування (дисипації енергії): 0,15;

r — радіус збудження вимушених коливань: 0,07 м;

b — відстань між осями колосників: 0,6 м;

ω — кутова швидкість обертання: 74 рад/с.

2.2 Формування кінетичної та потенційної енергії системи

2.2.1 Метод побудови рівнянь руху

Для побудови математичної моделі динаміки врівноваженого колосникового грохота застосовано метод Лагранжа II роду, який дозволяє

отримати рівняння руху багатоступеневої механічної системи на основі її енергетичних характеристик з урахуванням пружних і дисипативних властивостей опор. [54]

Рівняння Лагранжа II роду

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (2.1)$$

де T – кінетична енергія системи;

Π – потенційна енергія системи;

D – дисипативна функція, що описує втрати енергії в системі, наприклад, через тертя або в'язкий опір;

i – номер узагальненої координати;

q_i – узагальнена координата, що описує конфігурацію системи;

$\dot{q}_i$ – узагальнена швидкість, похідна узагальненої координати за часом, описує, як швидко змінюється узагальнена координата;

Q_i – узагальнена сила, що діє на систему, відповідна узагальненій координаті;

$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right)$ – це похідна за часом від часткової похідної кінетичної енергії T за швидкістю узагальненої координати $\dot{q}_i$;

$\frac{\partial T}{\partial q_i}$ – частинна похідна кінетичної енергії T за узагальненою координатою q_i ;

$\frac{\partial \Pi}{\partial q_i}$ – частинна похідна потенційної енергії Π за узагальненою координатою q_i ;

$\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i}$ – частинна похідна дисипативної функції D . Кінетична енергія грохота-перевантажувача.

2.2.2 Кінетична та потенційна енергія системи

Згідно з прийнятою схемою, для кожного колосника враховується сумарна маса

$$m_1 = m_{n1} + m_{k1}, \quad m_2 = m_{n2} + m_{k2}, \quad m_3 = m_{n3} + m_{k3}, \quad (2.2)$$

а також сумарні моменти інерції

$$J_1 = J_{n1} + J_{k1}, \quad J_2 = J_{n2} + J_{k2}, \quad J_3 = J_{n3} + J_{k3} \quad (2.3)$$

Внаслідок ексцентрикового збудження крайні колосники працюють у протифазі відносно середнього, що враховано зсувом фази у відповідних гармонічних доданках. Тоді узагальнений вираз кінетичної енергії набуває вигляду:

$$\begin{aligned} T = & \frac{m_1(\dot{x}_0 + b\dot{\phi}_0 + r\omega \cos(\omega t + \pi))^2}{2} + \frac{m_2(\dot{x}_0 + r\omega \cos(\omega t))^2}{2} + \\ & + \frac{m_3(\dot{x}_0 - b\dot{\phi}_0 + r\omega \cos(\omega t + \pi))^2}{2} + \frac{m_1 \dot{y}_{k1}^2}{2} + \frac{J_1 \dot{\phi}_1^2}{2} + \\ & + \frac{m_2 \dot{y}_{k2}^2}{2} + \frac{J_2 \dot{\phi}_2^2}{2} + \frac{m_3 \dot{y}_{k3}^2}{2} + \frac{J_3 \dot{\phi}_3^2}{2}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Для переходу до єдиного набору узагальнених координат необхідно виключити швидкості $\dot{y}_{k1}$, $\dot{y}_{k2}$, $\dot{y}_{k3}$ через координату y_0 , кут ϕ_0 та кути повороту колосників ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 .

Кінематичні зв'язки для координат y_{k1} , y_{k2} , y_{k3} .

З урахуванням геометрії системи та відстані від осі до центру мас колосника L_{o1} , L_{o2} , L_{o3} , отримуємо зв'язки:

$$\begin{aligned}
y_{k1} &= y_0 + b\varphi_0 - L_{o1}\varphi_1 + r\cos(\omega t + \pi), \\
y_{k2} &= y_0 - L_{o2}\varphi_2 + r\cos(\omega t), \\
y_{k3} &= y_0 - b\varphi_0 - L_{o3}\varphi_3 + r\cos(\omega t + \pi).
\end{aligned}
\tag{2.5}$$

Диференціюючи (2.5) за часом, одержуємо швидкості:

$$\begin{aligned}
\dot{y}_{k1} &= \dot{y}_0 + b\dot{\varphi}_0 - r\omega\sin(\omega t + \pi) - L_{o1}\dot{\varphi}_1, \\
\dot{y}_{k2} &= \dot{y}_0 - r\omega\sin(\omega t) - L_{o2}\dot{\varphi}_2, \\
\dot{y}_{k3} &= \dot{y}_0 - b\dot{\varphi}_0 - r\omega\sin(\omega t + \pi) - L_{o3}\dot{\varphi}_3
\end{aligned}
\tag{2.6}$$

Підставляючи (2.6) у (2.4), отримуємо кінетичну енергію у вигляді, що містить лише узагальнені координати та їх похідні:

$$\begin{aligned}
T &= \frac{m_1(\dot{x}_0 + b\dot{\varphi}_0 + r\omega\cos(\omega t + \pi))^2}{2} + \frac{m_2(\dot{x}_0 + r\omega\cos(\omega t))^2}{2} + \\
&\quad + \frac{m_3(\dot{x}_0 - b\dot{\varphi}_0 + r\omega\cos(\omega t + \pi))^2}{2} + \\
&\quad + \frac{m_1(\dot{y}_0 + b\dot{\varphi}_0 - r\omega\sin(\omega t + \pi) - L_{o1}\dot{\varphi}_1)^2}{2} + \\
&\quad + \frac{J_1\dot{\varphi}_1^2}{2} + \frac{m_2(\dot{y}_0 - r\omega\sin(\omega t) - L_{o2}\dot{\varphi}_2)^2}{2} + \frac{J_2\dot{\varphi}_2^2}{2} + \\
&\quad + \frac{m_3(\dot{y}_0 - b\dot{\varphi}_0 - r\omega\sin(\omega t + \pi) - L_{o3}\dot{\varphi}_3)^2}{2} + \frac{J_3\dot{\varphi}_3^2}{2}.
\end{aligned}
\tag{2.7}$$

Отриманий вираз враховує як поступальні переміщення системи за координатами x_0 , y_0 , так і кутові рухи φ_0 та φ_1 , φ_2 , φ_3 , а також гармонічне збудження з радіусом r та кутовою швидкістю ω .

Формування потенційної енергії

Потенційна енергія Π визначається пружними деформаціями передніх і задніх опор кожного колосника у напрямках осей x та y . У даній моделі:

деформації за x пов'язані з переміщеннями x_0 , та поворотом φ_0 а також з гармонічною складовою збудження $r \sin$;

деформації за y формуються переміщенням y_0 , поворотом φ_0 та локальними поворотами колосників $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ відносно опорних точок.

Потенційна енергія має вигляд:

$$\begin{aligned}
 \Pi = & \frac{(C_{xz1} + C_{xn1})(x_0 + b\varphi_0 + r\sin(\omega t + \pi))^2}{2} + \\
 & + \frac{(C_{xz2} + C_{xn2})(x_0 + r\sin(\omega t))^2}{2} + \\
 & + \frac{(C_{xz3} + C_{xn3})(x_0 - b\varphi_0 + r\sin(\omega t + \pi))^2}{2} + \\
 & + \frac{C_{yz1}[y_{k1} + (L_{o1} + L_{z1})\varphi_1]^2}{2} + \frac{C_{yn1}[y_{k1} - (-L_{o1} + L_{n1})\varphi_1]^2}{2} + \\
 & + \frac{C_{yz2}[y_{k2} + (L_{o2} + L_{z2})\varphi_2]^2}{2} + \frac{C_{yn2}[y_{k2} - (-L_{o2} + L_{n2})\varphi_2]^2}{2} + \\
 & + \frac{C_{yz3}[y_{k3} + (L_{o3} + L_{z3})\varphi_3]^2}{2} + \frac{C_{yn3}[y_{k3} - (-L_{o3} + L_{n3})\varphi_3]^2}{2}.
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Далі, підставляючи вирази (2.5) для y_{k1}, y_{k2}, y_{k3} і виконуючи алгебраїчні перетворення, отримуємо потенційну енергію у вигляді, що містить лише узагальнені координати $y_0, \varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$:

$$\begin{aligned}
\Pi = & \frac{(C_{xz1} + C_{xn1})(x_o + b\phi_o + r\sin(\omega t + \pi))^2}{2} + \\
& + \frac{(C_{xz2} + C_{xn2})(x_o + r\sin(\omega t))^2}{2} + \\
& + \frac{(C_{xz3} + C_{xn3})(x_o - b\phi_o + r\sin(\omega t + \pi))^2}{2} + \\
& + \frac{C_{yz1}[y_{k1} + (L_{o1} + L_{z1})\phi_1]^2}{2} + \frac{C_{yn1}[y_{k1} - (-L_{o1} + L_{n1})\phi_1]^2}{2} + \\
& + \frac{C_{yz2}[y_{k2} + (L_{o2} + L_{z2})\phi_2]^2}{2} + \frac{C_{yn2}[y_{k2} - (-L_{o2} + L_{n2})\phi_2]^2}{2} + \\
& + \frac{C_{yz3}[y_{k3} + (L_{o3} + L_{z3})\phi_3]^2}{2} + \frac{C_{yn3}[y_{k3} - (-L_{o3} + L_{n3})\phi_3]^2}{2}.
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Отримана функція Π відображає запас пружної енергії в опорах і є базою для формування рівнянь руху системи за рівняннями Лагранжа II роду.

2.2.3 Дисипація енергії в системі

При реальній роботі грохота-перевантажувача частина механічної енергії системи необоротно втрачається внаслідок внутрішнього тертя матеріалу пружних елементів, в'язкого опору в опорах, а також конструкційних втрат. Для врахування цих явищ у математичній моделі вводиться дисипативна функція.

У роботі використано гіпотезу Фойгта, згідно з якою сили опору пропорційні швидкостям деформацій, а втрати енергії описуються через так зване в'язке демпфування. У межах цієї гіпотези дисипація енергії задається за допомогою функції Релея D , яка є квадратичною функцією узагальнених швидкостей. [55]

Функція дисипації енергії для досліджуваної системи має вигляд:

$$\begin{aligned}
D = & \frac{\mu(C_{xz1} + C_{xn1}) \left(\dot{x}_0 + b\dot{\phi}_0 + r \omega \cos(\omega t + \pi) \right)^2}{2} + \\
& + \frac{\mu(C_{xz2} + C_{xn2}) \left(\dot{x}_0 + r \omega \cos(\omega t) \right)^2}{2} + \\
& + \frac{\mu(C_{xz3} + C_{xn3}) \left(\dot{x}_0 - b\dot{\phi}_0 + r \omega \cos(\omega t + \pi) \right)^2}{2} + \\
& + \frac{\mu C_{yz1} (\dot{y}_0 + b\dot{\phi}_0 - r \omega \sin(\omega t + \pi) + \dot{\phi}_1 L_3)^2}{2} + \\
& + \frac{\mu C_{yn1} (\dot{y}_0 + b\dot{\phi}_0 - r \omega \sin(\omega t + \pi) + \dot{\phi}_1 L_{\Pi})^2}{2} + \\
& + \frac{\mu C_{yz2} (\dot{y}_0 - r \omega \sin(\omega t + \pi) + \dot{\phi}_2 L_3)^2}{2} + \\
& + \frac{\mu C_{yn2} (\dot{y}_0 - r \omega \sin(\omega t + \pi) + \dot{\phi}_2 L_{\Pi})^2}{2} + \\
& + \frac{\mu C_{yz3} (\dot{y}_0 - b\dot{\phi}_0 - r \omega \sin(\omega t + \pi) + \dot{\phi}_3 L_3)^2}{2} + \\
& + \frac{\mu C_{yn3} (\dot{y}_0 - b\dot{\phi}_0 - r \omega \sin(\omega t + \pi) + \dot{\phi}_3 L_{\Pi})^2}{2}.
\end{aligned} \tag{2.10}$$

У наведеному виразі:

D — дисипативна функція (функція Релея);

μ — безрозмірний коефіцієнт демпфування, що характеризує інтенсивність втрат енергії в пружних елементах і вузлах системи;

$C_{xzi}, C_{xni}, C_{yzi}, C_{yni}$ — жорсткісні характеристики передніх і задніх опор відповідних колосників;

узагальнені швидкості $\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{\phi}_0, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3$ визначають швидкість руху елементів конструкції.

Фізично введення функції D означає, що в рівняннях руху з'являються додаткові сили опору, пропорційні швидкостям, які обмежують зростання амплітуд коливань і формують реальну амплітудно-частотну характеристику системи.

Використання гіпотези Фойгта є обґрунтованим для даної задачі, оскільки вона:

- адекватно описує роботу гумових та полімерних пружних елементів;
- забезпечує стійкість розв'язку рівнянь руху;
- дозволяє врахувати енергетичні втрати без ускладнення математичної моделі.

Отримана дисипативна функція D надалі використовується разом із кінетичною енергією T та потенційною енергією Π при складанні рівнянь руху системи за методом Лагранжа II роду.

2.2.4 Визначення жорсткісних характеристик пружних опор грохота-перевантажувача

Пружна система грохота-перевантажувача формується сукупністю передніх і задніх гумометалевих опор колосників, які забезпечують пружний зв'язок між колосниками та несучою конструкцією машини. У процесі роботи опори сприймають статичні навантаження від власної маси елементів, а також динамічні навантаження, зумовлені вимушеними та вільними коливаннями системи. Під час коливального руху колосників гумометалеві опори зазнають комбінованих деформацій: зсуву (внаслідок відносних переміщень у площині опори) та стиску (внаслідок вертикальних переміщень). Це зумовлює необхідність урахування комбінованої пружної дії опор при побудові математичної моделі коливань грохота-перевантажувача [56]. Окремо враховано опубліковані результати обґрунтування жорсткісних параметрів пружних опор для цієї конструктивної схеми, оскільки співвідношення жорсткостей середнього і крайніх колосників визначає умови збереження врівноваженого режиму [57].

Збільшені жорсткісні характеристики опор середнього колосника пояснюються його більшою масою та конструктивними особливостями

(зокрема збільшеними габаритами/ефективними параметрами опор), що використовується для забезпечення динамічного врівноваження системи. Для адекватного опису динамічної поведінки реальні гумометалеві опори замінюються еквівалентними лінійними пружними елементами, жорсткості яких визначаються окремо в напрямках глобальних осей координат x (горизонталь) та y (вертикаль).

Розрахункова схема пружного елемента

Для визначення жорсткісних характеристик гумометалевої опори використовується розрахункова схема, наведена на рисунку 2.3. Опора подається у вигляді гумового шару, жорстко з'єднаного з двома металевими плитами — верхньою та нижньою. Приймається, що деформації в гумовому шарі є малими, розподіл напружень по площі контакту — близький до рівномірного, а напружено-деформований стан у першому наближенні може бути описаний лінійними залежностями пружності.

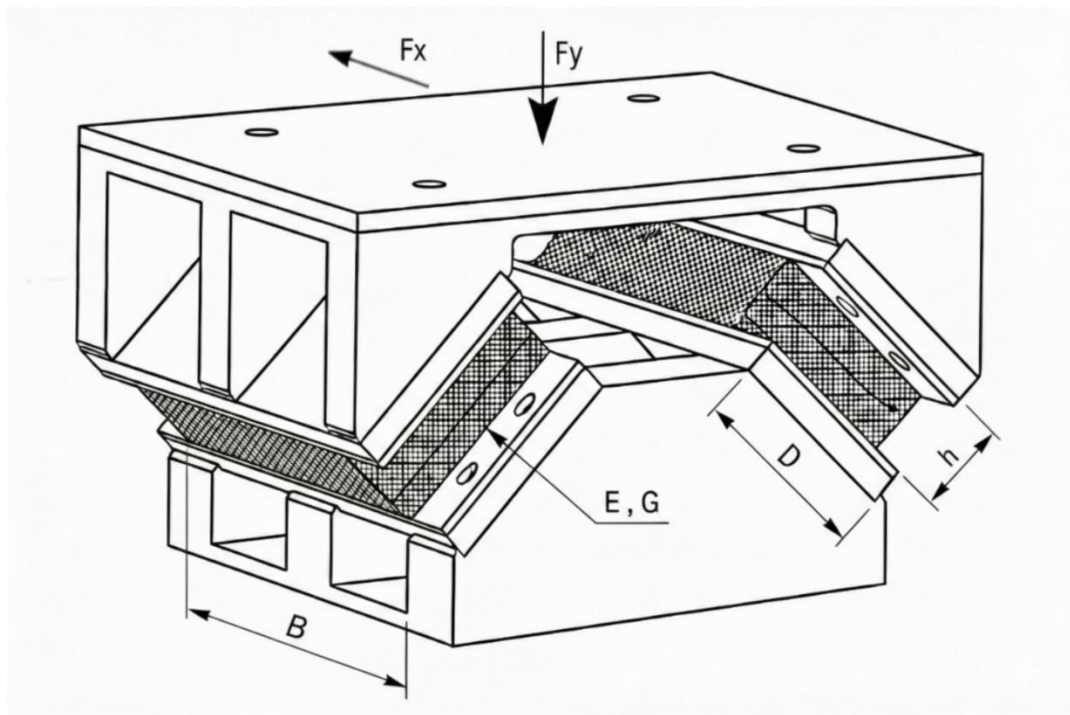


Рисунок 2.3 – Розрахункова схема гумометалевого пружного елемента грохота-перевантажувача.

Джерело: розроблено автором з використанням штучного інтелекту.

- h — товщина (висота) гумового шару між плитами;
- D — довжина робочої частини опори (довжина контакту/склеювання гумового шару з плитами) у поздовжньому напрямку.
- P_x — еквівалентна зовнішня сила, що викликає зсув у напрямку x ;
- P_y — еквівалентна зовнішня сила, що викликає стиск у напрямку y ;
- G — модуль зсуву матеріалу гумового шару;
- E — модуль Юнга (модуль пружності при стиску/розтягу) матеріалу гумового шару;
- B — ширина опори
- b — ширина опори (перпендикулярно площині рисунка);
- F — ефективна площа контакту (площа склеювання/контакту гумового шару з металевими елементами), яка бере участь у сприйнятті зсувних і нормальних деформацій; для прямокутної контактної поверхні:

$$F = B \cdot D.$$

- $\alpha = 45^\circ$ — кут встановлення опори відносно осей координат, що визначає перехід від «власних» напрямків деформацій опори до проєкцій на осі x та y .

Таким чином, при дії зусиль у напрямку осі x гумовий шар працює переважно на зсув, а у напрямку осі y — на стиск.

Вертикальна жорсткість формується за рахунок нормальної деформації стиску (і, за потреби, зсувної складової з урахуванням просторової орієнтації опори), тому в її виразах також присутні параметри h та F . При паралельній роботі кількох однакових опор сумарна жорсткість враховується множителем k .

Жорсткість опор у напрямку осі x (зсув).

Переміщення колосника в напрямку осі x викликає переважно зсувну деформацію гумового шару опори. Для шару товщини h , який зазнає відносного зсуву Δ_x , зсувна деформація дорівнює:

$$\gamma = \frac{\Delta_{x'}}{h}. \quad (2.11)$$

Відповідне дотичне напруження визначається законом Гука для зсуву:

$$\tau = G \cdot \gamma = G \frac{\Delta_{x'}}{h}. \quad (2.12)$$

Еквівалентна сила зсуву, що передається через площу контакту F , дорівнює

$$P_x = \tau F = G \frac{\Delta_{x'}}{h} F. \quad (2.13)$$

Порівнюючи з лінійним співвідношенням $P_x = C_x \Delta_x$ отримуємо жорсткість однієї опори при зсуві:

$$C_x = \frac{P_x}{\Delta_x} = \frac{GF}{h}. \quad (2.14)$$

Якщо одночасно працює кілька однакових опор, з'єднаних паралельно (тобто таких, що мають однакове переміщення Δ_x), їхні жорсткості додаються. Тому сумарна жорсткість враховується множителем k :

$$C_x = \frac{kGF}{h}. \quad (2.15)$$

k — коефіцієнт, що враховує кількість опор, які працюють паралельно.

Фізично кожен колосник спирається на чотири гумометалеві опори (по дві з лівого та правого боків). Для крайніх колосників (лівого та правого)

опори мають однакові геометричні та механічні характеристики, і кожна пара опор утворює один еквівалентний пружний елемент, що відповідає значенню коефіцієнта $k = 2$ у формулах жорсткості. Для середнього колосника кількість фізичних опор залишається такою ж, проте вони мають збільшені геометричні розміри та жорсткісні характеристики, що еквівалентно враховується коефіцієнтом $k = 4$.

Відповідно, жорсткості передніх та задніх опор у напрямку осі x визначаються співвідношеннями:

$$\begin{aligned} C_{xn1} &= \frac{2GF_{\Pi}}{h}, & C_{xz1} &= \frac{2GF_3}{h}, & C_{xn3} &= \frac{2GF_{\Pi}}{h}, \\ C_{xz3} &= \frac{2GF_3}{h}, & C_{xn2} &= \frac{4GF_{\Pi}}{h}, & C_{xz2} &= \frac{4GF_3}{h}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Жорсткість опор у напрямку осі y (стиск з урахуванням встановлення під кутом).

Переміщення колосника в напрямку осі y супроводжується деформацією гумового шару, яка в загальному випадку включає нормальну складову (стиск) та зсувну складову, що виникає через просторову орієнтацію опори відносно глобальних осей координат. Оскільки опори встановлені під кутом α (для даної конструкції $\alpha=45^\circ$) їхні пружні властивості приводяться до вертикального напрямку шляхом проєктування складових деформацій/сил на вісь y .

Нормальна (стискова) деформація визначається як

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{h}. \quad (2.17)$$

а відповідне нормальне напруження — законом Гука:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \frac{\Delta_y}{h} \quad (2.18)$$

Тоді сила стиску через площу контакту F дорівнює:

$$P_y = \sigma F = E \frac{\Delta_y}{h}. \quad (2.19)$$

звідки жорсткість при стиску для однієї опори:

$$C_y = \frac{P_y}{\Delta_y} = \frac{EF}{h}. \quad (2.20)$$

З урахуванням паралельної роботи кількох опор вводиться множник k . Для приведення до глобальної осі y (при встановленні під кутом α) еквівалентна вертикальна жорсткість задається сумою приведених зсувної та нормальної складових:

$$C_y = k \frac{GF}{h} \sin^2 \alpha + k \frac{EF}{h} \cos^2 \alpha. \quad (2.21)$$

Для $\alpha = \frac{\pi}{4}$ виконується $\sin^2 \frac{\pi}{4} = \cos^2 \frac{\pi}{4} = 0,5$ що спрощує розрахунок і робить внесок зсувної та нормальної складових порівнюваним.

Для крайніх колосників жорсткості передніх і задніх опор у напрямку осі y набувають вигляду:

$$C_{yn1} = \frac{2GF_n}{h} \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} \right) + \frac{2EF_n}{h} \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} \right),$$

$$C_{yz1} = \frac{2GF_3}{h} \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} \right) + \frac{2EF_3}{h} \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} \right),$$

$$C_{yn3} = \frac{2GF_{\Pi}}{h} \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{2EF_{\Pi}}{h} \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right), \quad (2.22)$$

$$C_{yz3} = \frac{2GF_3}{h} \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{2EF_3}{h} \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right).$$

Для середнього колосника, з урахуванням підвищеної ефективної жорсткості (прийнято $k=4$), відповідні вирази мають вигляд:

$$\begin{aligned} C_{yn2} &= \frac{4GF_{\Pi}}{h} \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{4EF_{\Pi}}{h} \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right), \\ C_{yz2} &= \frac{4GF_3}{h} \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{4EF_3}{h} \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right). \end{aligned} \quad (2.23)$$

Використання визначених жорсткостей у математичній моделі.

Отримані значення жорсткостей гумометалевих опор використовуються при формуванні потенційної енергії пружної системи грохота-перевантажувача та входять до диференціальних рівнянь руху, отриманих за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду. У рівняннях руху зазначені жорсткості визначають сили пружної взаємодії між колосниками та несучою конструкцією, а отже безпосередньо впливають на власні частоти, амплітуди та характер коливань системи, зокрема в умовах нестационарного режиму роботи.

2.3 Побудова системи диференціальних рівнянь руху

2.3.1 Рівняння руху в поздовжньо-кутовій площині

Рухи елементів грохота-перевантажувача мають складний просторовий характер, однак з урахуванням конструктивної схеми та прийнятої системи

узагальнених координат окремі види рухів можуть розглядатися як незалежні. Зокрема, рухи вздовж осі x (координата x_0) та обертання навколо осі y (координата φ_0), а також рухи вздовж осі y і обертання навколо осей x та z , можуть аналізуватися окремо. Такий підхід є доцільним також при дослідженні нестационарних режимів, зокрема під час падіння шматків матеріалу, коли навантаження доцільно розкласти на складові за координатними осями.

Підставляючи у рівняння Лагранжа (2.1) отримані вирази для кінетичної енергії, потенційної енергії та функції дисипації, а також приймаючи зовнішні узагальнені сили рівними нулю (Q_i), було отримано систему рівнянь руху для координат x_0 і φ_0 :

$$\begin{aligned}
 & m_1(\ddot{x}_0 + b \ddot{\varphi}_0 - r\omega^2 \sin(\omega t + \pi)) + m_2(\ddot{x}_0 - r\omega^2 \sin(\omega t)) \\
 & + m_3(\ddot{x}_0 - b \ddot{\varphi}_0 - r\omega^2 \sin(\omega t + \pi)) + (C_{xz1} \\
 & + C_{xn1})(x_0 + b \varphi_0 + r \sin(\omega t + \pi)) \\
 & + (C_{xz2} + C_{xn2})(x_0 + r \sin(\omega t)) + (C_{xz3} + C_{xn3})(x_0 - b \varphi_0 \\
 & + r \sin(\omega t + \pi)) + \mu(C_{xz1} + C_{xn1})(\dot{x}_0 + b \dot{\varphi}_0 + r \omega \cos(\omega t + \pi)) \\
 & + \mu(C_{xz2} + C_{xn2})(\dot{x}_0 + r \omega \cos(\omega t)) + \mu(C_{xz3} \\
 & + C_{xn3})(\dot{x}_0 - b \dot{\varphi}_0 + r \omega \cos(\omega t + \pi)) = 0
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

$$\begin{aligned}
 & b m_1(\ddot{x}_0 + b \ddot{\varphi}_0 - r\omega^2 \sin(\omega t + \pi)) - b m_3(\ddot{x}_0 - b \ddot{\varphi}_0 - r \omega^2 \sin(\omega t + \pi)) \\
 & + b[(C_{xz1} + C_{xn1})(x_0 + b \varphi_0 + r \sin(\omega t + \pi)) - (C_{xz3} + C_{xn3})(x_0 \\
 & - b \varphi_0 + r \sin(\omega t + \pi))] + \mu b(C_{xz1} \\
 & + C_{xn1})(\dot{x}_0 + b \dot{\varphi}_0 + r \omega \cos(\omega t + \pi)) - \mu b(C_{xz3} \\
 & + C_{xn3})(\dot{x}_0 - b \dot{\varphi}_0 + r \omega \cos(\omega t + \pi)) = 0
 \end{aligned}$$

Одержані рівняння враховують інерційні характеристики елементів системи, жорсткісні параметри пружних зв'язків, дисипативні властивості

опор, а також гармонічне збудження, що створюється ексцентриковим приводом. Для подальшого чисельного розв'язування систему рівнянь (2.24) було перетворено до вигляду, явного відносно других похідних $\ddot{x}_0$ і $\ddot{\varphi}_0$, у результаті чого отримано систему:

$$\begin{aligned}
 & (m_1 + m_2 + m_3)\ddot{x}_0 + b[m_1 - m_3]\ddot{\varphi}_0 \\
 &= -[C_{xz1} + C_{xn1} + C_{xz2} + C_{xn2} + C_{xz3} + C_{xn3}]x_0 \\
 &- b[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})]\varphi_0 \\
 &- \mu[C_{xz1} + C_{xn1} + C_{xz2} + C_{xn2} + C_{xz3} + C_{xn3}]\dot{x}_0 \\
 &- b[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})]\dot{\varphi}_0 \\
 &- \{[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz2} + C_{xn2}) + (C_{xz3} + C_{xn3})] \\
 &- [(m_{n1} + m_{k1}) - (m_{n2} + m_{k2}) + (m_{n3} + m_{k3})]\omega^2\}r\sin(\omega t) \\
 &+ \mu\omega[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz2} + C_{xn2}) + (C_{xz3} + C_{xn3})]r\cos(\omega t),
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

$$\begin{aligned}
 & b[m_1 - m_3]\ddot{x}_0 + b^2(m_1 + m_3)\ddot{\varphi}_0 \\
 &= -b[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})]x_0 \\
 &- b^2(C_{xz1} + C_{xn1} + C_{xz3} + C_{xn3})\varphi_0 \\
 &- \mu b[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})]\dot{x}_0 \\
 &- \mu b^2(C_{xz1} + C_{xn1} + C_{xz3} + C_{xn3})\dot{\varphi}_0 \\
 &+ b\{[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})] - [m_1 - m_3]\omega^2\}r\sin(\omega t) \\
 &- \mu\omega b[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})]r\cos(\omega t).
 \end{aligned}$$

Розв'язуючи систему рівнянь (2.25) відносно $\ddot{x}_0$ и $\ddot{\varphi}_0$, отримано залежності:

$$\ddot{x}_0 = \frac{\Delta x_0}{\Delta x}, \quad \ddot{\varphi}_0 = \frac{\Delta \varphi_0}{\Delta \varphi}. \tag{2.26}$$

подані через визначники:

$$\Delta x = \begin{vmatrix} u_{x11} & u_{x12} \\ u_{x21} & u_{x22} \end{vmatrix}, \Delta x_0 = \begin{vmatrix} \Sigma x_1 & u_{x12} \\ \Sigma x_2 & u_{x22} \end{vmatrix}, \Delta \phi_0 = \begin{vmatrix} u_{x11} & \Sigma x_1 \\ u_{x21} & \Sigma x_2 \end{vmatrix}, \quad (2.27)$$

Для спрощення запису введено допоміжні коефіцієнти u_x і Σx , визначення яких наведено:

$$\begin{aligned} u_{x11} &= m_1 + m_2 + m_3, \\ u_{x12} &= b[m_1 - m_3], \\ u_{x21} &= b[m_1 - m_3], \\ u_{x22} &= b^2(m_1 + m_3). \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} \Sigma x_1 &= -[C_{xz1} + C_{xn1} + C_{xz2} + C_{xn2} + C_{xz3} + C_{xn3}]x_0 \\ &- b[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})]\varphi_0 \\ &- \mu[C_{xz1} + C_{xn1} + C_{xz2} + C_{xn2} + C_{xz3} + C_{xn3}]\dot{x}_0 \\ &- b[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})]\dot{\varphi}_0 \\ &+ \{[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz2} + C_{xn2}) + (C_{xz3} + C_{xn3})] \\ &- [m_1 - m_2 + m_3]\omega^2\}r\sin(\omega t) \\ &+ \mu\omega[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz2} + C_{xn2}) + (C_{xz3} + C_{xn3})]r\cos(\omega t); \\ \Sigma x_2 &= -b[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})]x_0 \\ &- b^2(C_{xz1} + C_{xn1} + C_{xz3} + C_{xn3})\varphi_0 \\ &- \mu b[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})]\dot{x}_0 \\ &- \mu b^2(C_{xz1} + C_{xn1} + C_{xz3} + C_{xn3})\dot{\varphi}_0 \\ &+ b\{[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})] - [m_1 - m_3]\omega^2\}r\sin(\omega t) \\ &- \mu\omega b[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})]r\cos(\omega t). \end{aligned}$$

Після відповідних перетворень система рівнянь приводиться до вигляду, зручного для чисельного розв'язування у середовищі Mathcad:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_0 &= w_{x11}x_0 + w_{x12}\varphi_0 + \mu w_{x11}\dot{x}_0 + \\ &+ \mu w_{x12}\dot{\varphi}_0 + w_{x13}\sin(\omega t) + w_{x14}\cos(\omega t), \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\ddot{\varphi}_0 = w_{x21}x_0 + w_{x22}\varphi_0 + \mu w_{x21}\dot{x}_0 + \\ + \mu w_{x22}\dot{\varphi}_0 + w_{x23}\sin(\omega t) + w_{x24}\cos(\omega t).$$

Введені коефіцієнти w_{xij} визначаються співвідношеннями (2.30)–(2.31) і характеризують вплив масових, жорсткісних та дисипативних параметрів системи на динаміку руху.

$$\begin{aligned} w_{x11} &= \frac{1}{\Delta x} \begin{vmatrix} q_{x11} & u_{x12} \\ q_{x21} & u_{x22} \end{vmatrix}, & w_{x12} &= \frac{1}{\Delta x} \begin{vmatrix} q_{x12} & u_{x12} \\ q_{x22} & u_{x22} \end{vmatrix}, \\ w_{x13} &= \frac{1}{\Delta x} \begin{vmatrix} q_{x13} & u_{x12} \\ q_{x23} & u_{x22} \end{vmatrix}, & w_{x14} &= \frac{1}{\Delta x} \begin{vmatrix} q_{x14} & u_{x12} \\ q_{x24} & u_{x22} \end{vmatrix}, \\ w_{x21} &= \frac{1}{\Delta x} \begin{vmatrix} u_{x11} & q_{x11} \\ u_{x21} & q_{x21} \end{vmatrix}, & w_{x22} &= \frac{1}{\Delta x} \begin{vmatrix} u_{x11} & q_{x12} \\ u_{x21} & q_{x22} \end{vmatrix}, \\ w_{x23} &= \frac{1}{\Delta x} \begin{vmatrix} u_{x11} & q_{x13} \\ u_{x21} & q_{x23} \end{vmatrix}, & w_{x24} &= \frac{1}{\Delta x} \begin{vmatrix} u_{x11} & q_{x14} \\ u_{x21} & q_{x24} \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

де допоміжні коефіцієнти мають вигляд:

$$\begin{aligned} qx_{11} &= -(C_{xz1} + C_{xn1} + C_{xz2} + C_{xn2} + C_{xz3} + C_{xn3}), \\ qx_{12} &= -b[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})], \\ qx_{13} &= \left\{ [(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz2} + C_{xn2}) + (C_{xz3} + C_{xn3})] - \right. \\ &\quad \left. - [(m_{n1} + m_{k1}) - (m_{n2} + m_{k2}) + (m_{n3} + m_{k3})]\omega^2 \right\} r, \\ qx_{14} &= \mu\omega[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz2} + C_{xn2}) + (C_{xz2} + C_{xn2})]r, \\ qx_{21} &= -b[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})], \\ qx_{22} &= -b^2(C_{xz1} + C_{xn1} + C_{xz3} + C_{xn3}), \\ qx_{23} &= b \left\{ [(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})] - \right. \\ &\quad \left. - [(m_{n1} + m_{k1}) - (m_{n3} + m_{k3})]\omega^2 \right\} r, \\ qx_{24} &= -\mu\omega b[(C_{xz1} + C_{xn1}) - (C_{xz3} + C_{xn3})]r. \end{aligned} \quad (2.31)$$

2.3.2 Рівняння руху у вертикально-кутовій площині

Рух елементів конструкції ГПК у напрямку осі y описується системою диференціальних рівнянь, одержаних на основі рівнянь Лагранжа II роду.

У подальшому послідовно виконується запис системи у вихідному вигляді за узагальненими координатами, її перетворення до компактної форми та одержання явного вигляду правих частин, придатного для чисельного інтегрування в середовищі Mathcad.

На першому етапі формується система рівнянь у вихідному вигляді за узагальненими координатами, далі виконується виділення других похідних, введення допоміжних коефіцієнтів і приведення системи до компактної форми, придатної для чисельного інтегрування.

Диференціальні рівняння руху елементів за координатами $y_0, \varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ одержуємо з рівнянь Лагранжа II роду при підстановці виразів для кінетичної енергії T , потенційної енергії P , дисипативної функції D та узагальнених сил $Q_i = 0$ (з урахуванням виразів підрозділів 2.1–2.2):

$$\begin{aligned}
& m_1(\ddot{y}_0 + b\ddot{\phi}_0 + L_{01}\ddot{\phi}_1 - r\omega^2\cos(\omega t + \pi)) + \\
& + m_2(\ddot{y}_0 + L_{02}\ddot{\phi}_2 - r\omega^2\cos(\omega t)) + \\
& + m_3(\ddot{y}_0 - b\ddot{\phi}_0 + L_{03}\ddot{\phi}_3 - r\omega^2\cos(\omega t + \pi)) + \\
& + C_{yz1}(y_0 + b\phi_0 + L_{z1}\phi_1 + r\cos(\omega t + \pi)) + \\
& + C_{yn1}(y_0 + b\phi_0 - L_{n1}\phi_1 + r\cos(\omega t + \pi)) + \\
& + C_{yz2}(y_0 + L_{z2}\phi_2 + r\cos(\omega t)) + \\
& + C_{yn2}(y_0 - L_{n2}\phi_2 + r\cos(\omega t)) + \\
& + C_{yz3}(y_0 - b\phi_0 + L_{z3}\phi_3 + r\cos(\omega t + \pi)) + \\
& + C_{yn3}(y_0 - b\phi_0 - L_{n3}\phi_3 + r\cos(\omega t + \pi)) + \\
& + \mu C_{yz1}(\dot{y}_0 + b\dot{\phi}_0 + L_{z1}\dot{\phi}_1 - r\omega\sin(\omega t + \pi)) + \\
& + \mu C_{yn1}(\dot{y}_0 + b\dot{\phi}_0 - L_{n1}\dot{\phi}_1 - r\omega\sin(\omega t + \pi)) + \\
& + \mu C_{yz2}(\dot{y}_0 + L_{z2}\dot{\phi}_2 - r\omega\sin(\omega t)) + \\
& + \mu C_{yn2}(\dot{y}_0 - L_{n2}\dot{\phi}_2 - r\omega\sin(\omega t)) + \\
& + \mu C_{yz3}(\dot{y}_0 - b\dot{\phi}_0 + L_{z3}\dot{\phi}_3 - r\omega\sin(\omega t + \pi)) + \\
& + \mu C_{yn3}(\dot{y}_0 - b\dot{\phi}_0 - L_{n3}\dot{\phi}_3 - r\omega\sin(\omega t + \pi)) = 0,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& b m_1(\ddot{y}_0 + b\ddot{\phi}_0 + L_{01}\ddot{\phi}_1 - r\omega^2\cos(\omega t + \pi)) - \\
& - b m_3(\ddot{y}_0 - b\ddot{\phi}_0 + L_{03}\ddot{\phi}_3 - r\omega^2\cos(\omega t + \pi)) + \\
& + b \left[\begin{aligned} & C_{yz1}(y_0 + b\phi_0 + L_{z1}\phi_1 + r\cos(\omega t + \pi)) + \\ & + C_{yn1}(y_0 + b\phi_0 - L_{n1}\phi_1 + r\cos(\omega t + \pi)) - \\ & - C_{yz3}(y_0 - b\phi_0 + L_{z3}\phi_3 + r\cos(\omega t + \pi)) - \\ & - C_{yn3}(y_0 - b\phi_0 - L_{n3}\phi_3 + r\cos(\omega t + \pi)) \end{aligned} \right] + \\
& + b\mu \left[\begin{aligned} & C_{yz1}(\dot{y}_0 + b\dot{\phi}_0 + L_{z1}\dot{\phi}_1 - r\omega\sin(\omega t + \pi)) + \\ & + C_{yn1}(\dot{y}_0 + b\dot{\phi}_0 - L_{n1}\dot{\phi}_1 - r\omega\sin(\omega t + \pi)) - \\ & - C_{yz3}(\dot{y}_0 - b\dot{\phi}_0 + L_{z3}\dot{\phi}_3 - r\omega\sin(\omega t + \pi)) - \\ & - C_{yn3}(\dot{y}_0 - b\dot{\phi}_0 - L_{n3}\dot{\phi}_3 - r\omega\sin(\omega t + \pi)) \end{aligned} \right] = 0,
\end{aligned}$$

(2.32)

$$\begin{aligned}
& L_{01}m_1(\ddot{y}_0 + b\ddot{\varphi}_0 + L_{01}\ddot{\varphi}_1 - r\omega^2\cos(\omega t + \pi)) + \\
& + J_1\ddot{\varphi}_1 + L_{z1}C_{yz1}(y_0 + b\varphi_0 + L_{z1}\varphi_1 + r\cos(\omega t + \pi)) - \\
& - L_{n1}C_{yn1}(y_0 + b\varphi_0 - L_{n1}\varphi_1 + r\cos(\omega t + \pi)) + \\
& + \mu L_{z1}C_{yz1}(\dot{y}_0 + b\dot{\varphi}_0 + L_{z1}\dot{\varphi}_1 - r\omega\sin(\omega t + \pi)) - \\
& - \mu L_{n1}C_{yn1}(\dot{y}_0 + b\dot{\varphi}_0 - L_{n1}\dot{\varphi}_1 - r\omega\sin(\omega t + \pi)) = 0,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& L_{02}m_2(\ddot{y}_0 + L_{02}\ddot{\varphi}_2 - r\omega^2\cos(\omega t)) + \\
& + J_2\ddot{\varphi}_2 + L_{z2}C_{yz2}(y_0 + L_{z2}\varphi_2 + r\cos(\omega t)) - \\
& - L_{n2}C_{yn2}(y_0 - L_{n2}\varphi_2 + r\cos(\omega t)) + \\
& + \mu L_{z2}C_{yz2}(\dot{y}_0 + L_{z2}\dot{\varphi}_2 - r\omega\sin(\omega t)) - \\
& - \mu L_{n2}C_{yn2}(\dot{y}_0 - L_{n2}\dot{\varphi}_2 - r\omega\sin(\omega t)) = 0,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& L_{03}m_3(\ddot{y}_0 - b\ddot{\varphi}_0 + L_{03}\ddot{\varphi}_3 - r\omega^2\cos(\omega t + \pi)) + J_3\ddot{\varphi}_3 + \\
& + L_{z3}C_{yz3}(y_0 - b\varphi_0 + L_{z3}\varphi_3 + r\cos(\omega t + \pi)) - \\
& - L_{n3}C_{yn3}(y_0 - b\varphi_0 - L_{n3}\varphi_3 + r\cos(\omega t + \pi)) + \\
& + \mu L_{z3}C_{yz3}(\dot{y}_0 - b\dot{\varphi}_0 + L_{z3}\dot{\varphi}_3 - r\omega\sin(\omega t + \pi)) - \\
& - \mu L_{n3}C_{yn3}(\dot{y}_0 - b\dot{\varphi}_0 - L_{n3}\dot{\varphi}_3 - r\omega\sin(\omega t + \pi)) = 0.
\end{aligned}$$

Система рівнянь (2.32) описує взаємопов'язаний рух привода та колосників у вертикально-кутовій площині. Перше рівняння відповідає поступальному руху системи у напрямку осі y , друге — кутовому руху привода, а наступні три рівняння описують поворотні коливання окремих колосників.

виділяючи змінні $\ddot{y}_0, \ddot{\phi}_0, \ddot{\phi}_1, \ddot{\phi}_2, \ddot{\phi}_3$ із системи рівнянь (2.32), одержимо:

$$\begin{aligned}
 (m_1 + m_2 + m_3)\ddot{y}_0 + b[m_1 - m_3]\ddot{\phi}_0 + m_1 L_{01}\ddot{\phi}_1 + m_2 L_{02}\ddot{\phi}_2 + m_3 L_{03}\ddot{\phi}_3 = \\
 -[C_{yz1} + C_{yn1} + C_{yz2} + C_{yn2} + C_{yz3} + C_{yn3}]y_0 - \\
 -b[C_{yz1} + C_{yn1} - (C_{yz3} + C_{yn3})]\phi_0 - (C_{yz1}L_{z1} - C_{yn1}L_{n1})\phi_1 - \\
 -(C_{yz2}L_{z2} - C_{yn2}L_{n2})\phi_2 - (C_{yz3}L_{z3} - C_{yn3}L_{n3})\phi_3 - \\
 -\mu[C_{yz1} + C_{yn1} + C_{yz2} + C_{yn2} + C_{yz3} + C_{yn3}]\dot{y}_0 - \\
 -\mu b[(C_{yz1} + C_{yn1}) - (C_{yz3} + C_{yn3})]\dot{\phi}_0 - \mu(C_{yz1}L_{z1} - C_{yn1}L_{n1})\dot{\phi}_1 - \\
 -\mu(C_{yz2}L_{z2} - C_{yn2}L_{n2})\dot{\phi}_2 - \mu(C_{yz3}L_{z3} - C_{yn3}L_{n3})\dot{\phi}_3 + \\
 + \left\{ \begin{aligned} &[(C_{yz1} + C_{yn1}) - (C_{yz2} + C_{yn2}) + (C_{yz3} + C_{yn3})] - \\ &-[m_1 - m_2 + m_3]\omega^2 \end{aligned} \right\} r \cos(\omega t) - \\
 -\mu[(C_{yz1} + C_{yn1}) - (C_{yz2} + C_{yn2}) + (C_{yz3} + C_{yn3})]\omega r \sin(\omega t),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b[m_1 - m_3]\ddot{y}_0 + b^2(m_1 + m_3)\ddot{\phi}_0 + b m_1 L_{01}\ddot{\phi}_1 - b m_3 L_{03}\ddot{\phi}_3 = \\
 -b[(C_{yz1} + C_{yn1}) - (C_{yz3} + C_{yn3})]y_0 - \\
 -b^2(C_{yz1} + C_{yn1} + C_{yz3} + C_{yn3})\phi_0 - \\
 -b(C_{yz1}L_{z1} - C_{yn1}L_{n1})\phi_1 + b(C_{yz3}L_{z3} - C_{yn3}L_{n3})\phi_3 - \\
 -b\mu[(C_{yz1} + C_{yn1}) - (C_{yz3} + C_{yn3})]\dot{y}_0 + \\
 + b^2\mu(C_{yz1} + C_{yn1} + C_{yz3} + C_{yn3})\dot{\phi}_0 - \\
 -b\mu(C_{yz1}L_{z1} - C_{yn1}L_{n1})\dot{\phi}_1 + b\mu(C_{yz3}L_{z3} - C_{yn3}L_{n3})\dot{\phi}_3 + \\
 + b\{[(C_{yz1} + C_{yn1}) - (C_{yz3} + C_{yn3})] - [m_1 - m_3]\omega^2\} r \cos(\omega t) - \\
 -b\mu[(C_{yz1} + C_{yn1}) - (C_{yz3} + C_{yn3})]\omega r \sin(\omega t),
 \end{aligned}$$

(2.33)

$$\begin{aligned}
 L_{01}m_1\ddot{y}_0 + L_{01}b m_1\ddot{\phi}_0 + [L_{01}^2m_1 + J_1]\ddot{\phi}_1 = -(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1})y_0 - \\
 -b(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1})\phi_0 - (L_{z1}^2C_{yz1} + L_{n1}^2C_{yn1})\phi_1 - \\
 -\mu(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1})\dot{y}_0 - b\mu(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1})\dot{\phi}_0 - \\
 -\mu(L_{z1}^2C_{yz1} + L_{n1}^2C_{yn1})\dot{\phi}_1 + \\
 + \{(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1}) - L_{01}m_1\omega^2\} r \cos(\omega t) - \\
 -\mu\omega(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1})r \sin(\omega t),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{02}m_2\ddot{y}_0 + [L_{02}^2m_2 + J_2]\ddot{\phi}_2 = & -(L_{z2}C_{yz2} - L_{n2}C_{yn2})y_0 - \\
& -(L_{z2}^2C_{yz2} + L_{n2}^2C_{yn2})\phi_2 - \mu(L_{z2}C_{yz2} - L_{n2}C_{yn2})\dot{y}_0 - \\
& -\mu(L_{z2}^2C_{yz2} + L_{n2}^2C_{yn2})\dot{\phi}_2 + L_{02}m_2r\omega^2\cos(\omega t) - \\
& -(L_{z2}C_{yz2} - L_{n2}C_{yn2})r\cos(\omega t) + \mu\omega(L_{z2}C_{yz2} - L_{n2}C_{yn2})r\sin(\omega t),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{03}m_3\ddot{y}_0 - L_{03}b\,m_3\ddot{\phi}_0 + [L_{03}^2m_3 + J_3]\ddot{\phi}_3 = & \\
& -(L_{z3}C_{yz3} - L_{n3}C_{yn3})y_0 + b(L_{z3}C_{yz3} - L_{n3}C_{yn3})\phi_0 - \\
& -(L_{z3}^2C_{yz3} + L_{n3}^2C_{yn3})\phi_3 - \mu(L_{z3}C_{yz3} - L_{n3}C_{yn3})\dot{y}_0 + \\
& + b\mu(L_{z3}C_{yz3} - L_{n3}C_{yn3})\dot{\phi}_0 - \mu(L_{z3}^2C_{yz3} + L_{n3}^2C_{yn3})\dot{\phi}_3 + \\
& + L_{03}m_3r\omega^2\cos(\omega t + \pi) - (L_{z3}C_{yz3} - L_{n3}C_{yn3})r\cos(\omega t + \pi) - \\
& -\mu\omega(L_{z3}C_{yz3} - L_{n3}C_{yn3})r\sin(\omega t + \pi).
\end{aligned}$$

Перетворимо рівняння (2.33) до вигляду, зручного для розв'язання в системі Mathcad.

Для скорочення запису та спрощення подальшого чисельного розв'язування введемо коефіцієнти при невідомих і вільні члени. Це дає змогу відокремити структурні параметри моделі від змінних стану та представити систему в компактному вигляді:

$$\begin{aligned}
u_{11}\ddot{y}_0 + u_{12}\ddot{\phi}_0 + u_{13}\ddot{\phi}_1 + u_{14}\ddot{\phi}_2 + u_{15}\ddot{\phi}_3 &= q_y\Sigma 1, \\
u_{21}\ddot{y}_0 + u_{22}\ddot{\phi}_0 + u_{23}\ddot{\phi}_1 + u_{24}\ddot{\phi}_2 + u_{25}\ddot{\phi}_3 &= q_y\Sigma 2, \\
u_{31}\ddot{y}_0 + u_{32}\ddot{\phi}_0 + u_{33}\ddot{\phi}_1 + u_{34}\ddot{\phi}_2 + u_{35}\ddot{\phi}_3 &= q_y\Sigma 3, \\
u_{41}\ddot{y}_0 + u_{42}\ddot{\phi}_0 + u_{43}\ddot{\phi}_1 + u_{44}\ddot{\phi}_2 + u_{45}\ddot{\phi}_3 &= q_y\Sigma 4, \\
u_{51}\ddot{y}_0 + u_{52}\ddot{\phi}_0 + u_{53}\ddot{\phi}_1 + u_{54}\ddot{\phi}_2 + u_{55}\ddot{\phi}_3 &= q_y\Sigma 5.
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Тут

$$\begin{aligned}
u_{11} &= m_1 + m_2 + m_3, u_{12} = b[m_1 - m_3], u_{13} = m_1 L_{01}, \\
u_{14} &= m_2 L_{02}, u_{15} = m_3 L_{03}, u_{21} = b[m_1 - m_3], u_{22} = b^2(m_1 + m_3), \\
u_{23} &= b m_1 L_{01}, u_{24} = 0, u_{25} = -b m_3 L_{03}, u_{31} = L_{01} m_1, \\
u_{32} &= L_{01} b m_1, u_{33} = [L_{01}^2 m_1 + J_1], u_{34} = 0, u_{35} = 0, \\
u_{41} &= L_{02} m_2, u_{42} = 0, u_{43} = 0, u_{44} = L_{02}^2 m_2 + J_2, u_{45} = 0, \\
u_{51} &= L_{03} m_3, u_{52} = -L_{03} b m_3, u_{53} = 0, u_{54} = 0, u_{55} = L_{03}^2 m_3 + J_3.
\end{aligned}$$

а вільні члени

$$\begin{aligned}
q_y \Sigma 1 &= -[C_{yz1} + C_{yn1} + C_{yz2} + C_{yn2} + C_{yz3} + C_{yn3}]y_0 - \\
&-b[C_{yz1} + C_{yn1} - (C_{yz3} + C_{yn3})]\varphi_0 - (C_{yz1}L_{z1} - C_{yn1}L_{n1})\varphi_1 - \\
&- (C_{yz2}L_{z2} - C_{yn2}L_{n2})\varphi_2 - (C_{yz3}L_{z3} - C_{yn3}L_{n3})\varphi_3 - \\
&- \mu[C_{yz1} + C_{yn1} + C_{yz2} + C_{yn2} + C_{yz3} + C_{yn3}]\dot{y}_0 - \\
&- \mu b[C_{yz1} + C_{yn1} - (C_{yz3} + C_{yn3})]\dot{\varphi}_0 - \mu(C_{yz1}L_{z1} - C_{yn1}L_{n1})\dot{\varphi}_1 - \\
&- \mu(C_{yz2}L_{z2} - C_{yn2}L_{n2})\dot{\varphi}_2 - \mu(C_{yz3}L_{z3} - C_{yn3}L_{n3})\dot{\varphi}_3 + \\
&+ \left\{ [C_{yz1} + C_{yn1} - (C_{yz2} + C_{yn2}) + C_{yz3} + C_{yn3}] - \right. \\
&\quad \left. - [m_1 - m_2 + m_3]\omega^2 \right\} r \cos(\omega t) - \\
&- \mu[(C_{yz1} + C_{yn1}) - (C_{yz2} + C_{yn2}) + (C_{yz3} + C_{yn3})]\omega r \sin(\omega t), \\
q_y \Sigma 2 &= -b[C_{yz1} + C_{yn1} - (C_{yz3} + C_{yn3})]y_0 - \\
&- b^2(C_{yz1} + C_{yn1} + C_{yz3} + C_{yn3})\varphi_0 - b(C_{yz1}L_{z1} - C_{yn1}L_{n1})\varphi_1 + \\
&+ (C_{yz3}L_{z3} - C_{yn3}L_{n3})\varphi_3 - b\mu[C_{yz1} + C_{yn1} - (C_{yz3} + C_{yn3})]\dot{y}_0 + \\
&+ b^2\mu(C_{yz1} + C_{yn1} + C_{yz3} + C_{yn3})\dot{\varphi}_0 - b(C_{yz1}L_{z1} - C_{yn1}L_{n1})\dot{\varphi}_1 + \\
&+ b(C_{yz3}L_{z3} - C_{yn3}L_{n3})\dot{\varphi}_3 + \\
&+ b\{[C_{yz1} + C_{yn1} - (C_{yz3} + C_{yn3})] - [m_1 - m_3]\omega^2\} r \cos(\omega t) - \\
&- b\mu[C_{yz1} + C_{yn1} - (C_{yz3} + C_{yn3})]r \omega \sin(\omega t), \\
q_y \Sigma 3 &= -(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1})y_0 - b(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1})\varphi_0 - \\
&- (L_{z1}^2C_{yz1} + L_{n1}^2C_{yn1})\varphi_1 - \mu(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1})\dot{y}_0 - \\
&- b\mu(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1})\dot{\varphi}_0 - \mu(L_{z1}^2C_{yz1} + L_{n1}^2C_{yn1})\dot{\varphi}_1 + \\
&+ \{(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1}) - L_{01}m_1\omega^2\} r \cos(\omega t) - \\
&- \mu\omega(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1})r \sin(\omega t),
\end{aligned}$$

(2.35)

$$\begin{aligned}
q_y \Sigma 4 = & -(L_{z2} C_{yz2} - L_{n2} C_{yn2}) y_0 - (L_{z2}^2 C_{yz2} + L_{n2}^2 C_{yn2}) \varphi_2 - \\
& - \mu (L_{z2} C_{yz2} - L_{n2} C_{yn2}) \dot{y}_0 - \mu (L_{z2}^2 C_{yz2} + L_{n2}^2 C_{yn2}) \dot{\varphi}_2 - \\
& - [(L_{z2} C_{yz2} - L_{n2} C_{yn2}) + L_{02} m_2 \omega^2] r \cos(\omega t) + \\
& + \mu \omega (L_{z2} C_{yz2} - L_{n2} C_{yn2}) r \sin(\omega t),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_y \Sigma 5 = & -(L_{z3} C_{yz3} - L_{n3} C_{yn3}) y_0 + b (L_{z3} C_{yz3} - L_{n3} C_{yn3}) \varphi_0 - \\
& - (L_{z3}^2 C_{yz3} + L_{n3}^2 C_{yn3}) \varphi_3 - \mu (L_{z3} C_{yz3} - L_{n3} C_{yn3}) \dot{y}_0 + \\
& + b \mu (L_{z3} C_{yz3} - L_{n3} C_{yn3}) \dot{\varphi}_0 - \mu (L_{z3}^2 C_{yz3} + L_{n3}^2 C_{yn3}) \dot{\varphi}_3 + \\
& + [(L_{z3} C_{yz3} - L_{n3} C_{yn3}) - L_{03} m_3 \omega^2] r \cos(\omega t) - \\
& - \mu \omega (L_{z3} C_{yz3} - L_{n3} C_{yn3}) r \sin(\omega t).
\end{aligned}$$

Тоді рівняння запишуться в явному вигляді відносно $\ddot{y}_0$, $\ddot{\varphi}_0$, $\ddot{\varphi}_1$, $\ddot{\varphi}_2$, $\ddot{\varphi}_3$

як

$$\ddot{y}_0 = \frac{\Delta y_0}{\Delta_y}; \quad \ddot{\varphi}_0 = \frac{\Delta \varphi_0}{\Delta_y}; \quad \ddot{\varphi}_1 = \frac{\Delta \varphi_1}{\Delta_y}; \quad \ddot{\varphi}_2 = \frac{\Delta \varphi_2}{\Delta_y}; \quad \ddot{\varphi}_3 = \frac{\Delta \varphi_3}{\Delta_y}. \quad (2.36)$$

Де

$$\begin{aligned}
\Delta_y = & \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} & u_{15} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} & u_{25} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & u_{34} & u_{35} \\ u_{41} & u_{42} & u_{43} & u_{44} & u_{45} \\ u_{51} & u_{52} & u_{53} & u_{54} & u_{55} \end{vmatrix}; \quad \Delta y_0 = \begin{vmatrix} q_y \Sigma 1 & u_{12} & u_{13} & u_{14} & u_{15} \\ q_y \Sigma 2 & u_{22} & u_{23} & u_{24} & u_{25} \\ q_y \Sigma 3 & u_{32} & u_{33} & u_{34} & u_{35} \\ q_y \Sigma 4 & u_{42} & u_{43} & u_{44} & u_{45} \\ q_y \Sigma 5 & u_{52} & u_{53} & u_{54} & u_{55} \end{vmatrix}; \\
\Delta \varphi_0 = & \begin{vmatrix} u_{11} & q_y \Sigma 1 & u_{13} & u_{14} & u_{15} \\ u_{21} & q_y \Sigma 2 & u_{23} & u_{24} & u_{25} \\ u_{31} & q_y \Sigma 3 & u_{33} & u_{34} & u_{35} \\ u_{41} & q_y \Sigma 4 & u_{43} & u_{44} & u_{45} \\ u_{51} & q_y \Sigma 5 & u_{53} & u_{54} & u_{55} \end{vmatrix}; \quad \Delta \varphi_1 = \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & q_y \Sigma 1 & u_{14} & u_{15} \\ u_{21} & u_{22} & q_y \Sigma 2 & u_{24} & u_{25} \\ u_{31} & u_{32} & q_y \Sigma 3 & u_{34} & u_{35} \\ u_{41} & u_{42} & q_y \Sigma 4 & u_{44} & u_{45} \\ u_{51} & u_{52} & q_y \Sigma 5 & u_{54} & u_{55} \end{vmatrix}; \quad (2.37) \\
\Delta \varphi_2 = & \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & q_y \Sigma 1 & u_{15} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & q_y \Sigma 2 & u_{25} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & q_y \Sigma 3 & u_{35} \\ u_{41} & u_{42} & u_{43} & q_y \Sigma 4 & u_{45} \\ u_{51} & u_{52} & u_{53} & q_y \Sigma 5 & u_{55} \end{vmatrix}; \quad \Delta \varphi_3 = \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} & q_y \Sigma 1 \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} & q_y \Sigma 2 \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & u_{34} & q_y \Sigma 3 \\ u_{41} & u_{42} & u_{43} & u_{44} & q_y \Sigma 4 \\ u_{51} & u_{52} & u_{53} & u_{54} & q_y \Sigma 5 \end{vmatrix}.
\end{aligned}$$

Явний запис других похідних через визначники дозволяє перейти від неявної системи алгебро-диференціальних співвідношень до форми, у якій кожна друга похідна виражена через поточні координати, швидкості та гармонічні збурювальні складові.

Представляючи (2.35) і (2.36) у явному вигляді відносно змінних $\ddot{y}_0, \ddot{\varphi}_0, \ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_3$, одержимо систему рівнянь у вигляді, зручному для розв'язання в системі Mathcad:

$$\begin{aligned}
 \ddot{y}_0 &= w_{11}y_0 + w_{12}\varphi_0 + w_{13}\varphi_1 + w_{14}\varphi_2 + w_{15}\varphi_3 + \mu w_{11}\dot{y}_0 + \mu w_{12}\dot{\varphi}_0 + \\
 &\quad + \mu w_{13}\dot{\varphi}_1 + \mu w_{14}\dot{\varphi}_2 + \mu w_{15}\dot{\varphi}_3 + w_{16}\cos(\omega t) + w_{17}\sin(\omega t), \\
 \ddot{\varphi}_0 &= w_{21}y_0 + w_{22}\varphi_0 + w_{23}\varphi_1 + w_{24}\varphi_2 + w_{25}\varphi_3 + \mu w_{21}\dot{y}_0 + \mu w_{22}\dot{\varphi}_0 + \\
 &\quad + \mu w_{23}\dot{\varphi}_1 + \mu w_{24}\dot{\varphi}_2 + \mu w_{25}\dot{\varphi}_3 + w_{26}\cos(\omega t) + w_{27}\sin(\omega t), \\
 \ddot{\varphi}_1 &= w_{31}y_0 + w_{32}\varphi_0 + w_{33}\varphi_1 + w_{34}\varphi_2 + w_{35}\varphi_3 + \mu w_{31}\dot{y}_0 + \mu w_{32}\dot{\varphi}_0 + \\
 &\quad + \mu w_{33}\dot{\varphi}_1 + \mu w_{34}\dot{\varphi}_2 + \mu w_{35}\dot{\varphi}_3 + w_{36}\cos(\omega t) + w_{37}\sin(\omega t), \\
 \ddot{\varphi}_2 &= w_{41}y_0 + w_{42}\varphi_0 + w_{43}\varphi_1 + w_{44}\varphi_2 + w_{45}\varphi_3 + \mu w_{41}\dot{y}_0 + \mu w_{42}\dot{\varphi}_0 + \\
 &\quad + \mu w_{43}\dot{\varphi}_1 + \mu w_{44}\dot{\varphi}_2 + \mu w_{45}\dot{\varphi}_3 + w_{46}\cos(\omega t) + w_{47}\sin(\omega t), \\
 \ddot{\varphi}_3 &= w_{51}y_0 + w_{52}\varphi_0 + w_{53}\varphi_1 + w_{54}\varphi_2 + w_{55}\varphi_3 + \mu w_{51}\dot{y}_0 + \mu w_{52}\dot{\varphi}_0 + \\
 &\quad + \mu w_{53}\dot{\varphi}_1 + \mu w_{54}\dot{\varphi}_2 + \mu w_{55}\dot{\varphi}_3 + w_{56}\cos(\omega t) + w_{57}\sin(\omega t).
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Початковими умовами при розв'язанні цих рівнянь будуть

$$\begin{aligned}
 y_0 = 0; \quad \dot{y}_0 = 0; \quad \varphi_0 = 0; \quad \dot{\varphi}_0 = 0; \quad \varphi_1 = 0; \quad \dot{\varphi}_1 = 0; \\
 \varphi_2 = 0; \quad \dot{\varphi}_2 = 0; \quad \varphi_3 = 0; \quad \dot{\varphi}_3 = 0.
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

Коефіцієнти при невідомих визначаються як

$$w_{11} = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} q_{y11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} & u_{15} \\ q_{y21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} & u_{25} \\ q_{y31} & u_{32} & u_{33} & u_{34} & u_{35} \\ q_{y41} & u_{42} & u_{43} & u_{44} & u_{45} \\ q_{y51} & u_{52} & u_{53} & u_{54} & u_{55} \end{vmatrix}; \quad w_{12} = \frac{1}{\Delta_y} \begin{vmatrix} q_{y12} & u_{12} & u_{13} & u_{14} & u_{15} \\ q_{y22} & u_{22} & u_{23} & u_{24} & u_{25} \\ q_{y32} & u_{32} & u_{33} & u_{34} & u_{35} \\ q_{y42} & u_{42} & u_{43} & u_{44} & u_{45} \\ q_{y52} & u_{52} & u_{53} & u_{54} & u_{55} \end{vmatrix}$$

[illegible]

[illegible]

$$w_{54} = \frac{1}{\Delta_y} \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} & q_{y14} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} & q_{y24} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & u_{34} & q_{y34} \\ u_{41} & u_{42} & u_{43} & u_{44} & q_{y44} \\ u_{51} & u_{52} & u_{53} & u_{54} & q_{y54} \end{vmatrix}; w_{55} = \frac{1}{\Delta_y} \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} & q_{y15} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} & q_{y25} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & u_{34} & q_{y35} \\ u_{41} & u_{42} & u_{43} & u_{44} & q_{y45} \\ u_{51} & u_{52} & u_{53} & u_{54} & q_{y55} \end{vmatrix};$$

$$w_{56} = \frac{1}{\Delta_y} \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} & q_{y16} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} & q_{y26} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & u_{34} & q_{y36} \\ u_{41} & u_{42} & u_{43} & u_{44} & q_{y46} \\ u_{51} & u_{52} & u_{53} & u_{54} & q_{y56} \end{vmatrix}; w_{57} = \frac{1}{\Delta_y} \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} & q_{y17} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} & q_{y27} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & u_{34} & q_{y37} \\ u_{41} & u_{42} & u_{43} & u_{44} & q_{y47} \\ u_{51} & u_{52} & u_{53} & u_{54} & q_{y57} \end{vmatrix}.$$

і своєю чергою

$$\begin{aligned} q_{y11} &= -[C_{yz1} + C_{yn1} + C_{yz2} + C_{yn2} + C_{yz3} + C_{yn3}], \\ q_{y12} &= -b[C_{yz1} + C_{yn1} - (C_{yz3} + C_{yn3})], \\ q_{y13} &= -(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1}), \\ q_{y14} &= -(L_{z2}C_{yz2} - L_{n2}C_{yn2}), \\ q_{y15} &= -(L_{z3}C_{yz3} - L_{n3}C_{yn3}), \\ q_{y16} &= \{[C_{yz1} + C_{yn1} - (C_{yz2} + C_{yn2}) + C_{yz3} + C_{yn3}] - [m_1 - m_2 + m_3]\omega^2\}r, \\ q_{y17} &= -\mu[(C_{yz1} + C_{yn1}) - (C_{yz2} + C_{yn2}) + (C_{yz3} + C_{yn3})]\omega r, \\ q_{y21} &= -b[C_{yz1} + C_{yn1} - (C_{yz3} + C_{yn3})], \\ q_{y22} &= -b^2(C_{yz1} + C_{yn1} + C_{yz3} + C_{yn3}), \\ q_{y23} &= -b(C_{yz1}L_{z1} - C_{yn1}L_{n1}), \\ q_{y24} &= 0, \\ q_{y25} &= b(C_{yz3}L_{z3} - C_{yn3}L_{n3}), \\ q_{y26} &= b\{[C_{yz1} + C_{yn1} - (C_{yz3} + C_{yn3})] - [m_1 - m_3]\omega^2\}r, \\ q_{y27} &= -b\mu[C_{yz1} + C_{yn1} - (C_{yz3} + C_{yn3})]r\omega, \\ q_{y31} &= -(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1}), \\ q_{y32} &= -b(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1}), \\ q_{y33} &= -(L_{z1}^2C_{yz1} + L_{n1}^2C_{yn1}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_{y34} &= 0, \\
q_{y35} &= 0, \\
q_{y36} &= \{(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1}) - L_{01}m_1\omega^2\}r, \\
q_{y37} &= -\mu\omega(L_{z1}C_{yz1} - L_{n1}C_{yn1})r, \\
q_{y41} &= -(L_{z2}C_{yz2} - L_{n2}C_{yn2}), \\
q_{y42} &= 0, \\
q_{y43} &= 0, \\
q_{y44} &= -(L_{z2}^2C_{yz2} + L_{n2}^2C_{yn2}), \\
q_{y45} &= 0, \\
q_{y46} &= -[(L_{z2}C_{yz2} - L_{n2}C_{yn2}) - L_{02}m_2\omega^2]r, \\
q_{y47} &= \mu\omega(L_{z2}C_{yz2} - L_{n2}C_{yn2})r, \\
q_{y51} &= -(L_{z3}C_{yz3} - L_{n3}C_{yn3}), \\
q_{y52} &= b(L_{z3}C_{yz3} - L_{n3}C_{yn3}), \\
q_{y53} &= 0, \\
q_{y54} &= 0, \\
q_{y55} &= -(L_{z3}^2C_{yz3} + L_{n3}^2C_{yn3}), \\
q_{y56} &= [(L_{z3}C_{yz3} - L_{n3}C_{yn3}) - L_{03}m_3\omega^2]r, \\
q_{y57} &= -\mu\omega(L_{z3}C_{yz3} - L_{n3}C_{yn3})r.
\end{aligned} \tag{2.41}$$

Таким чином, система рівнянь (2.38)–(2.41) разом із заданими початковими умовами повністю визначає рух грохота у вертикально-кутовій площині та є вихідною для чисельного інтегрування в середовищі Mathcad. Одержані залежності використовуються надалі для аналізу стаціонарного та перехідного режимів роботи.

2.4 Математичне моделювання фазового узгодження та аналіз рухів колосників

Чисельне інтегрування системи рівнянь (2.29) виконано для робочої кутової швидкості привода $\omega = 74$ рад/с. На рис. 2.4 наведено часові залежності поступального переміщення $x_0(t)$ та кутового переміщення $\varphi_0(t)$ привода за умов повного динамічного врівноваження системи.

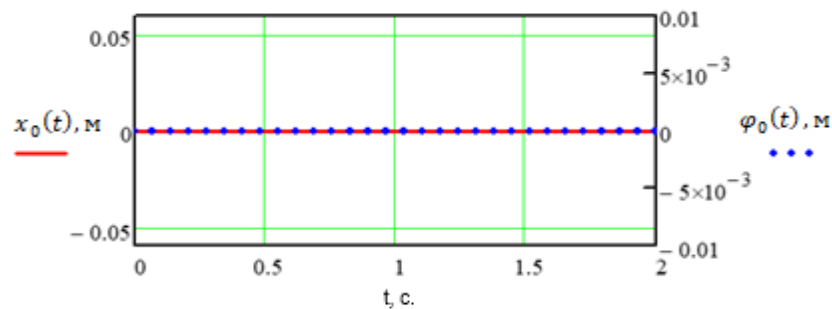


Рисунок 2.4 – Переміщення привода по осі x у врівноваженому режимі

Джерело: розроблено автором.

Отримані значення $x_0(t)$ та $\varphi_0(t)$ залишаються близькими до нуля, що свідчить про компенсацію інерційних сил і моментів у прийнятій ідеально врівноваженій схемі. При цьому робочі коливання колосників не дорівнюють нулю, оскільки формуються безпосередньо кінематикою ексцентрикового привода. Переміщення колосників уздовж осі x описуються співвідношеннями:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 + b\varphi_0 + r \cdot \sin(\omega t + \pi), \\ x_2 &= x_0 + r \cdot \sin(\omega t), \\ x_3 &= x_0 - b\varphi_0 + r \cdot \sin(\omega t + \pi). \end{aligned} \quad (2.42)$$

Як випливає з аналізу розв'язку системи рівнянь, у випадку повної врівноваженості грохота-перевантажувача за масами елементів конструкції та жорсткісними характеристиками пружних зв'язків, збудження коливань за координатами x_0 і φ_0 практично відсутнє. Це означає, що поступальний рух

системи вздовж осі x та поворот приводу навколо осі y не розвиваються, а коливання колосників формуються безпосередньо ексцентриковим приводом. Протифазний характер руху середнього та крайніх колосників у такому випадку забезпечується кінематикою приводу, що підтверджується результатами моделювання (рис. 2.5).

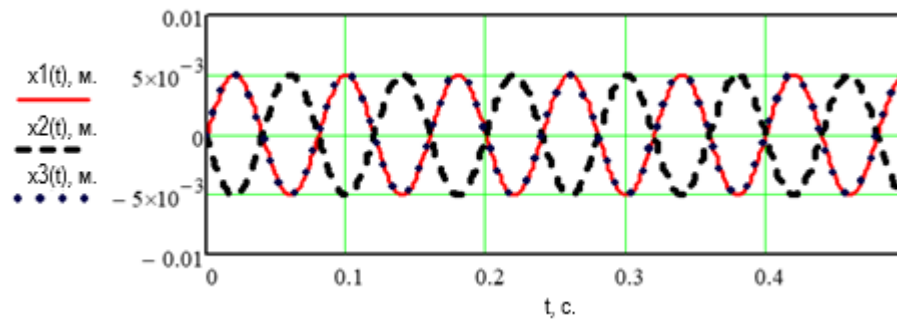


Рисунок 2.5 – Переміщення врівноваженого перевантажувача вздовж осі x

Джерело: розроблено автором.

Таким чином, для повністю врівноваженої системи руху колосників уздовж осі x визначаються лише параметрами збудження (радіус ексцентриситету, кутова швидкість, фаза), і не залежать від величини зовнішнього технологічного навантаження. Разом з тим, у разі порушення врівноваженості системи за масою елементів, жорсткістю пружних опор або їх просторовим розташуванням, у зоні резонансних частот можливе істотне зростання амплітуд коливань за координатами x_0 та φ_0 , що призводить до зміни характеру руху колосників і збільшення динамічних навантажень на конструкцію.

На рис. 2.6 наведено результати моделювання руху колосників навколо осі приводу, які демонструють амплітудно-частотні характеристики повороту φ_1 , φ_2 , φ_3 . Для врівноваженої конструкції характерними є кругові коливання в області розташування приводу, близькі до прямолінійних коливання в центрі мас та еліптичні траєкторії руху в зоні розвантажувального кінця колосників.

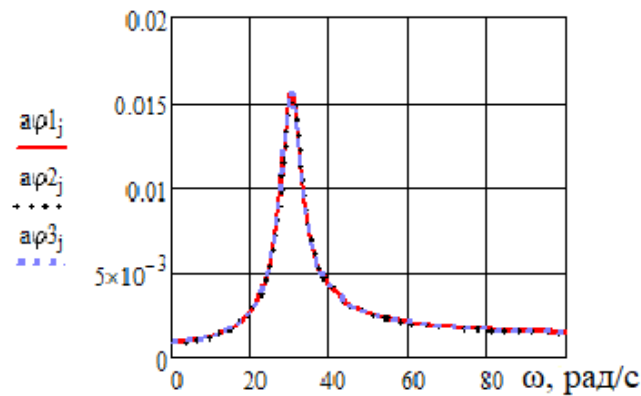


Рисунок 2.6 – Амплітудно-частотна характеристика повороту колосників
грохота-перевантажувача

Джерело: розроблено автором.

Переміщення центрів мас колосників уздовж осі y визначаються відповідно до співвідношень (2.4) з урахуванням знайдених розв'язків (2.26). Переміщення розвантажувальних кінців колосників обчислюються за залежностями:

$$\begin{aligned} y_{kp1}(t) &= y_{k1}(t) - L_{kp1}(t)\varphi_1(t), \\ y_{kp2}(t) &= y_{k2}(t) - L_{kp2}(t)\varphi_2(t), \\ y_{kp3}(t) &= y_{k3}(t) - L_{kp3}(t)\varphi_3(t). \end{aligned} \quad (2.43)$$

при цьому слід зазначити, що геометричні параметри L_{kp} та координати y_k прийнято з певним наближенням, оскільки в моделі не враховано можливу неузгодженість між напрямком коливань та кутом нахилу робочої поверхні колосників.

На рис. 2.7 представлені характерні траєкторії руху крайніх колосників у напрямку осі y як у центрі мас, так і в зоні розвантажувального кінця. Отримані траєкторії підтверджують складний просторовий характер коливань робочих органів грохота-перевантажувача та показують, що побудована

математична модель відтворює основні кінематичні ознаки руху, необхідні для подальшого аналізу стаціонарних і нестаціонарних режимів.

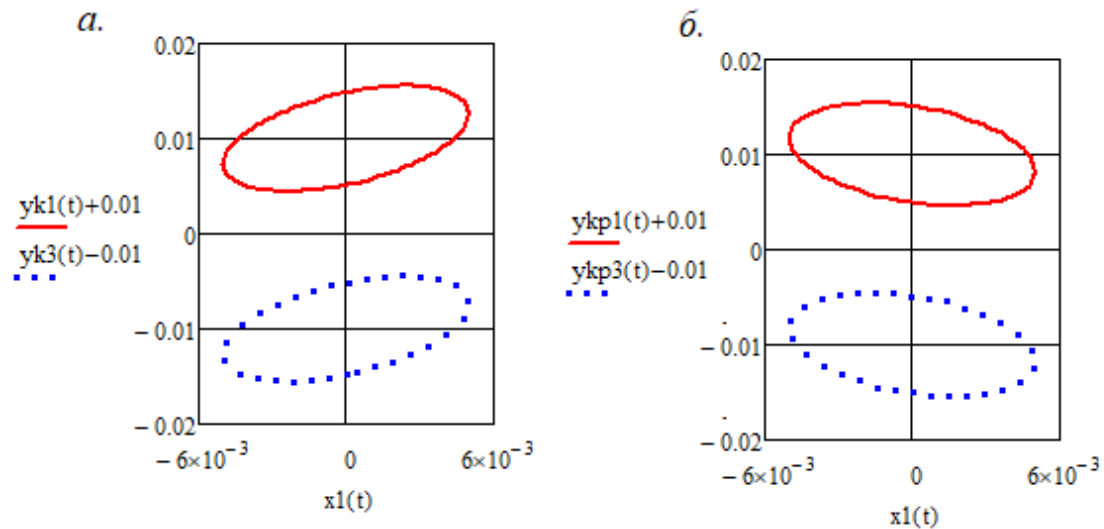


Рисунок 2.7 – Траєкторія руху крайніх колосників: а – у центрі ваги, б – біля розвантажувального кінця колосника

Джерело: розроблено автором.

2.5 Моделювання нестаціонарних ударних навантажень

Для узгодження математичної моделі з реальними умовами роботи грохота-перевантажувача окремо введено можливість задання нестаціонарного імпульсного збурення від падіння великогабаритного шматка матеріалу. На відміну від стаціонарних моделей вібраційних машин, у цій постановці удар не задається як постійна зовнішня сила, а враховується через зміну початкових умов системи у момент контакту шматка з робочою поверхнею. Такий підхід є коректним для випадку, коли тривалість контакту мала порівняно з періодом власних коливань системи. Водночас у роботах з моніторингу стану підвіски та оцінювання допустимого погіршення пружин показано, що зміна характеристик пружної системи відображається у вібраційному сигналі та може істотно впливати на режим роботи грохота [58–

59]. Тому в цій моделі пружні параметри не розглядаються як формальні сталі, а використовуються як контрольовані параметри при аналізі перехідного процесу.

У загальному вигляді ударна дія описується такими етапами: визначення швидкості шматка перед контактом, перехід від імпульсу до початкових швидкостей відповідних узагальнених координат, чисельне інтегрування системи рівнянь руху після удару та подальший аналіз затухання вільної складової коливань. У розрахунковій схемі прийнято, що основним збуренням є падіння шматка на середній колосник у зоні, близькій до його центра тяжіння, що відповідає найбільш симетричному випадку навантаження.

Після удару система продовжує рух відповідно до рівнянь (2.32)–(2.41), а вплив шматка матеріалу враховується через початкові умови для координат y_0 , φ_0 , φ_1 , φ_2 , φ_3 та їх похідних. Числове задавання маси, висоти падіння, швидкості конвеєра та відповідних початкових швидкостей виконано в розділі 3 під час дослідження перехідного режиму. Завдяки цьому розділ 2 містить загальну математичну постановку задачі, а розділ 3 — її чисельну реалізацію та інтерпретацію результатів.

2.6 Чисельна реалізація математичної моделі

На основі побудованих у підрозділі 2.2 виразів для кінетичної (2.7), потенційної (2.9) енергій та функції дисипації (2.10) отримано повну математичну модель коливального руху врівноваженого колосникового грохота. Модель сформульована у вигляді системи диференціальних рівнянь другого порядку, отриманих за допомогою рівнянь Лагранжа II роду.

З урахуванням конструктивної симетрії грохота та умов врівноваження прийнято, що рухи системи вздовж осі x та навколо осі y , а також рухи вздовж осі y і навколо осей x та z є незалежними. Це дозволяє розглядати відповідні групи узагальнених координат окремо, не втрачаючи загальності розв'язку.

У цьому розділі детально розглянуто рухи вздовж осі x та обертальні рухи навколо осі y , які є визначальними з точки зору динамічного навантаження на опори та основу грохота. Для цієї групи координат отримано систему рівнянь (2.24), яку шляхом перетворень приведено до явного вигляду відносно других похідних узагальнених координат x_0 та φ_0 .

Отримана система рівнянь руху (2.29) представлена у формі, зручній для чисельного інтегрування в середовищі Mathcad. Коефіцієнти системи ω_{xij} враховують масово-інерційні характеристики елементів конструкції, жорсткісні параметри опор, величину дисипації енергії, а також параметри збуджуючого впливу ексцентрикового привода.

Таким чином, побудована математична модель дозволяє досліджувати як пускові режими роботи грохота, так і нестационарні процеси, зумовлені падінням великогабаритних шматків матеріалу. Зміна початкових умов у рівняннях (2.29) дає можливість аналізувати вплив маси, швидкості та умов падіння матеріалу на динамічну поведінку системи.

Отримані співвідношення для переміщень колосників (2.42) дозволяють перейти від узагальнених координат до реальних переміщень робочих органів грохота, що є необхідним для подальшого аналізу амплітуд коливань, динамічних навантажень та оцінки працездатності конструкції.

Висновки до розділу 2

1. У розділі обґрунтовано розрахункову схему врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача з трьома паралельно встановленими колосниками, ексцентриковим приводом і пружними опорами. Прийнята схема дозволяє описувати не лише робочі коливання окремих колосників, а й передачу інерційних та ударних збурень через пружну систему.

2. Сформульовано умову динамічного врівноваження, за якої масово-інерційні параметри середнього колосника узгоджуються із сумарними параметрами крайніх колосників, а жорсткості опор середнього колосника

відповідають сумарній жорсткості опор крайніх колосників. Це створює теоретичну основу для зменшення передачі інерційних сил на основу машини.

3. На основі рівнянь Лагранжа II роду побудовано математичну модель руху системи з урахуванням кінетичної енергії, потенційної енергії пружних елементів і дисипативної функції. Така енергетична постановка забезпечує послідовне введення масових, жорсткісних, демпфувальних і режимних параметрів у єдину систему рівнянь.

4. Отримано системи диференціальних рівнянь руху для поздовжньо-кутової та вертикально-кутової площин і приведено їх до форми, придатної для чисельного інтегрування. Це дозволяє надалі досліджувати стаціонарні, пускові та нестаціонарні ударні режими без зміни базової розрахункової схеми.

5. У моделі передбачено можливість задання ударного навантаження через зміну початкових умов після контакту падаючого шматка матеріалу з робочою поверхнею. Завдяки цьому удар розглядається не як довільна додаткова сила, а як фізично обґрунтоване імпульсне збурення системи.

6. Результати розділу створюють теоретичну основу для чисельного аналізу динамічних характеристик у розділі 3 та експериментальної перевірки ключових фізичних ознак моделі у розділі 4.

РОЗДІЛ 3. ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГРОХОТА В СТАЦІОНАРНИХ І НЕСТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМАХ

У цьому розділі математичну модель, сформовану в розділі 2, використано для аналізу динамічної поведінки ГПК у стаціонарному, пусковому та нестаціонарному ударному режимах. Рівняння руху та загальна постановка задачі не дублюються, а використовуються як вихідна база для чисельного інтегрування й інтерпретації результатів. Під час аналізу пускового режиму враховано, що тривалість розгону вібраційного грохота впливає на максимальні амплітуди та енергоспоживання в перехідному стані [60]. Чисельна реалізація ударного режиму узгоджена з результатами моделювання перехідного процесу врівноваженого грохота-перевантажувача при ударному навантаженні, де показано згасання вільної складової та повернення системи до усталеного вимушеного руху після імпульсного збурення [61].

3.1 Дослідження амплітудно-частотних характеристик та стаціонарного режиму

3.1.1 Постановка задачі та основні припущення

Як показано в розділі 2, динамічна поведінка врівноваженого колосникового грохота описується системою диференціальних рівнянь руху, одержаних на основі рівнянь Лагранжа II роду для узагальнених координат позовжнього, вертикального та кутового руху елементів системи (див. розділ 2). У розділі 2 побудовано розрахункову схему грохота, визначено масово-інерційні характеристики колосників і вузлів, а також жорсткісні та демпфувальні параметри опор.

У цьому розділі зазначену математичну модель використано для послідовного дослідження стаціонарного, пускового та нестаціонарного ударного режимів роботи грохота-перевантажувача. Спочатку аналізується усталений режим вимушених коливань, який формується під дією ексцентрикового привода і є базовим для оцінювання амплітудно-частотних властивостей системи. Далі розглядаються пускові та ударні режими, що виникають під час падіння на грохот великого шматка матеріалу і супроводжуються імпульсним збуренням, накладеним на вимушені коливання.

Під час падіння шматка матеріалу на поверхню грохота, залежно від його геометричних розмірів, можливий одночасний контакт з одним, двома або трьома колосниками. У цьому дослідженні розглядається найбільш імовірний і симетричний випадок, коли шматок матеріалу падає на середній колосник у районі його центра тяжіння. Це дає змогу використати врівноважену схему, одержану в розділі 2, без порушення умов симетрії системи.

У цьому дослідженні прийнято такі припущення:

- коливання системи малі, що дозволяє використовувати лінійну математичну модель;
- пружні опори мають лінійні жорсткісні характеристики;
- дисипація енергії враховується за допомогою безрозмірного коефіцієнта демпфування μ ;
- ударна взаємодія падаючого шматка матеріалу з поверхнею грохота в першому наближенні вважається абсолютно непружною;
- час контакту є малим порівняно з періодом власних коливань системи.

На основі прийнятих припущень далі послідовно аналізуються стаціонарний режим вимушених коливань, стійкість протифазного руху колосників, пускові та нестаціонарні ударні режими. Початкові умови

ударного збурення задаються окремо для відповідних напрямків руху під час чисельного інтегрування системи рівнянь.

Згідно з прийнятою розрахунковою схемою для кожного колосника враховується сумарна (еквівалентна) маса колосника з підшипниковим вузлом:

$$m_1 = m_{n1} + m_{k1}, m_2 = m_{n2} + m_{k2}, m_3 = m_{n3} + m_{k3}. \quad (3.1)$$

Аналогічно вводяться сумарні моменти інерції:

$$J_1 = J_{n1} + J_{k1}, J_2 = J_{n2} + J_{k2}, J_3 = J_{n3} + J_{k3}. \quad (3.2)$$

Прийняті припущення відповідають лінеаризованій постановці задачі та є достатніми для інженерного оцінювання перехідних процесів у грохоті-перевантажувачі.

3.1.2 Аналіз стаціонарного режиму коливань

Стаціонарний режим використано як базовий для оцінювання амплітудно-частотних властивостей системи. У цьому режимі дія привода є періодичною, а перехідна складова коливань відсутня або вже затухла. Тому отримані нижче часові залежності є вихідним рівнем для порівняння з пусковими та ударними режимами.

Розв'язання системи рівнянь (2.38) дає змогу визначити поступальне переміщення привода вздовж осі y та його кутове переміщення φ у стаціонарному режимі.

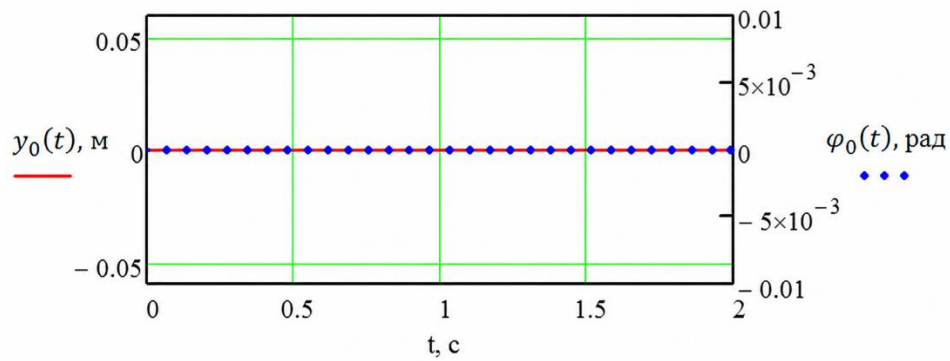


Рисунок 3.1 – Переміщення привода вздовж осі y та його кутові коливання у стаціонарному режимі

Джерело: розроблено автором.

Як видно з рис. 3.1, у стаціонарному режимі лінійні переміщення привода та його кутові коливання є настільки малими, що практично не впливають на характер руху робочих органів.

Поворот колосників навколо осі за повністю врівноваженого перевантажувача має вигляд, представлений на рис. 3.2.

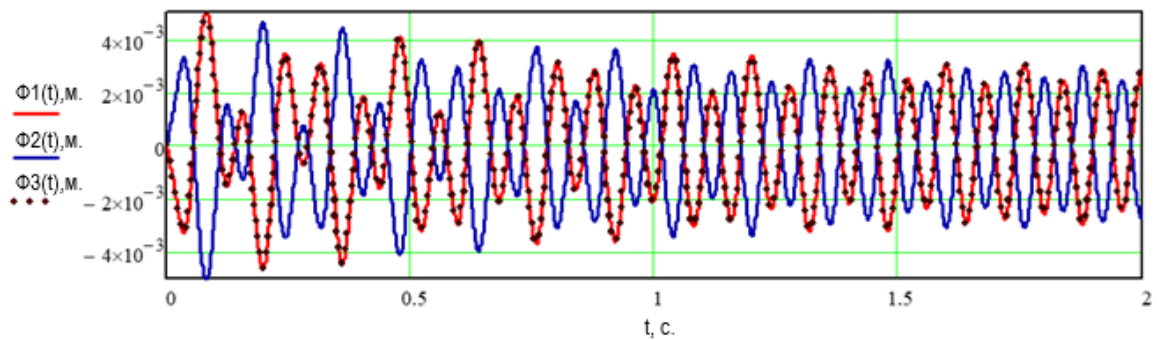


Рисунок 3.2 – Поворотні коливання колосників урівноваженого перевантажувача.

Джерело: розроблено автором.

Як видно, переміщення привода – як лінійні вздовж осі y , так і кутові навколо осі x – практично відсутні внаслідок повної врівноваженості перевантажувача. Поворотні коливання колосників мають складний характер

і відбуваються з трьома частотами, які відповідають частоті вимушених коливань та власним частотам колосників у напрямку осі y і при повороті навколо осі x .

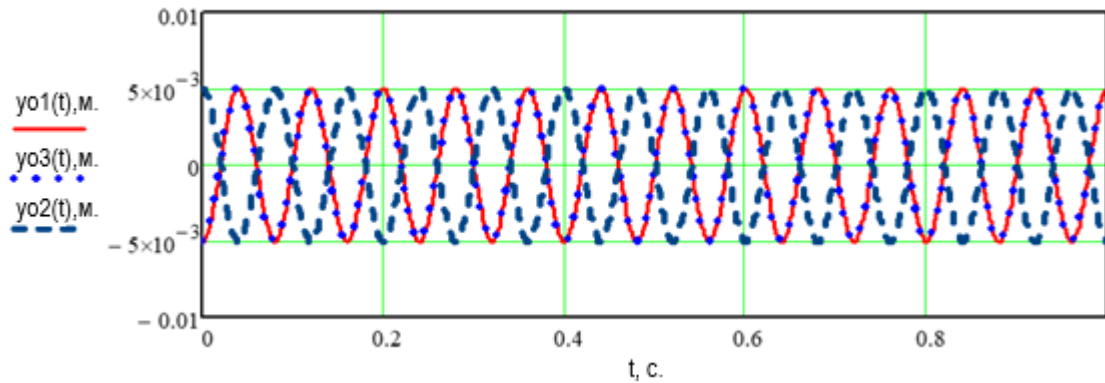


Рисунок 3.3 – Осцилограма переміщень центру тяжіння колосників у напрямку осі y .

Джерело: розроблено автором.

Переміщення центру тяжіння колосників у напрямку осі y має більш упорядкований, одночастотний характер (рис. 3.3), що відбувається з частотою вимушених коливань.

Сумарне переміщення центру тяжіння колосників має еліптичний характер (рис. 3.4).

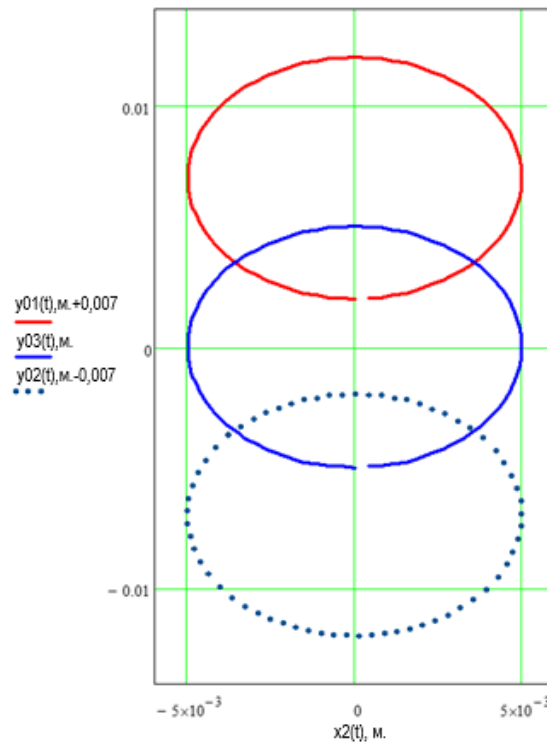


Рисунок 3.4 – Траєкторії руху центру тяжіння колосників.

Джерело: розроблено автором.

Отже, у стаціонарному режимі основний рух реалізується переважно колосниками, тоді як привод унаслідок врівноваження зберігає практично нерухомий стан. Це підтверджує ефективність обраної конструктивної схеми врівноваження та коректність математичної моделі для подальшого аналізу ударного збурення.

3.2 Аналіз стійкості фазово узгоджених режимів руху колосників

Особливістю досліджуваного грохота-перевантажувача є узгоджений рух трьох колосників, за якого середній колосник працює у протифазі відносно двох крайніх. У цій роботі такий режим не розглядається як класична самосинхронізація незалежних віброзбудників, оскільки фазове зміщення переважно задається конструктивно — ексцентриковим валом і взаємним розташуванням ексцентриситетів. Тому нижче аналізується не

самосинхронізація у строгому сенсі, а стійкість фазово узгодженого синхронізованого руху колосників, сформованого прийнятою конструктивною схемою.

Для дисертаційної задачі важливо встановити, чи зберігається робочий протифазний характер руху після виходу системи на усталений режим та після дії короткочасного ударного збурення. Такий аналіз безпосередньо пов'язаний із розрахунковою схемою розділу 2 і результатами чисельного моделювання цього розділу: у стаціонарному режимі привод практично не бере участі в коливальному русі, а після удару вільна складова поступово затухає і система повертається до вимушених коливань.

3.2.1 Фазові портрети як спосіб оцінювання характеру руху

Фазовий портрет у межах цієї роботи використовується як допоміжний спосіб інтерпретації результатів чисельного інтегрування. Для кожного колосника він може бути побудований у площині «кутове переміщення — кутова швидкість». Такий підхід дозволяє відрізнити усталений періодичний рух від перехідного процесу, у якому на вимушену складову накладаються вільні затухаючі коливання.

$$\Gamma_i = \{(\varphi_i(t), \dot{\varphi}_i(t)), t \geq t^0\}, i = 1, 2, 3. \quad (3.3)$$

У стаціонарному режимі фазова траєкторія має повторюваний замкнений або близький до замкненого характер, що відповідає усталеним вимушеним коливанням. У перехідному режимі після ударного збурення фазова траєкторія набуває спіралеподібного або збіжного характеру: амплітуда вільної складової зменшується під дією дисипації, а система поступово повертається до усталеного режиму, зумовленого роботою привода.

Оскільки в цьому розділі основні результати подані у вигляді часових осцилограм, фазові портрети доцільно розглядати як додаткову інтерпретацію цих самих розрахункових залежностей, а не як окремий новий експериментальний або розрахунковий результат. Це дозволяє не вводити штучних даних і не відривати аналіз від наявної математичної моделі.

3.2.2 Синфазний режим як небажаний граничний випадок

Синфазним можна вважати такий режим, за якого крайні та середній колосники рухаються з однаковою або близькою фазою. Для врівноваженого грохота-перевантажувача такий режим не є робочим, оскільки одночасне переміщення всіх колосників в одному напрямку збільшує неврівноважені інерційні дії на привод і основу. Тому синфазний режим у цьому підрозділі розглядається лише як порівняльний граничний випадок, від якого робоча конструкція повинна бути віддалена.

$$\Delta\psi^{12} \approx 0, \Delta\psi^{32} \approx 0, \Delta\psi^{13} \approx 0. \quad (3.4)$$

де $\Delta\psi^{12}$, $\Delta\psi^{32}$ і $\Delta\psi^{13}$ — різниці фаз між відповідними колосниками. Якщо всі ці різниці фаз наближаються до нуля, рух колосників має синфазний характер. Для прийнятої конструкції така картина не відповідає умові врівноваження, оскільки середній колосник повинен компенсувати інерційний вплив двох крайніх, а не рухатися разом із ними.

3.2.3 Протифазний режим як робочий режим грохота-перевантажувача

Робочим для досліджуваної конструкції є протифазний режим, за якого два крайні колосники рухаються синфазно між собою, а середній колосник —

у протифазі відносно них. Саме такий режим відповідає конструктивному зміщенню ексцентриситетів на 180° і забезпечує зменшення неврівноважених сил, що передаються на основу.

$$\Delta\psi^{12} \approx \pi, \Delta\psi^{32} \approx \pi, \Delta\psi^{13} \approx 0. \quad (3.5)$$

У наведеному записі індекс 2 відповідає середньому колоснику, а індекси 1 і 3 — крайнім колосникам. Тому умови $\Delta\psi^{12} \approx \pi$ і $\Delta\psi^{32} \approx \pi$ означають, що середній колосник рухається протилежно до крайніх, а умова $\Delta\psi^{13} \approx 0$ означає синфазний рух двох крайніх колосників між собою.

Результати моделювання стаціонарного режиму показують, що привод у врівноваженій системі практично не бере участі в коливальному русі, а основна енергія зосереджується в русі колосників. Це свідчить про коректність прийнятого співвідношення масово-інерційних параметрів і жорсткостей опор: параметри середнього колосника узгоджені із сумарними параметрами двох крайніх колосників. Після дії ударного імпульсу протифазний характер тимчасово ускладнюється вільною складовою, однак після її затухання система повертається до вимушеного протифазного режиму.

3.2.4 Умови збереження стійкого фазового узгодження

Для цієї роботи межі стійкості доцільно задавати не як строго побудовану область на площині параметрів, а як інженерні умови збереження робочого режиму. Це пов'язано з тим, що в розділі не виконується окремий параметричний аналіз за власними значеннями або спеціальний аналіз Флоке. Натомість оцінюється, чи повертається система до робочого протифазного режиму після короткочасного збурення.

$$|\Delta\psi_{12} - \pi| \leq \varepsilon_\psi, \quad |\Delta\psi_{32} - \pi| \leq \varepsilon_\psi, \quad |\Delta\psi_{13}| \leq \varepsilon_\psi. \quad (3.6)$$

де ε_ψ — допустиме відхилення фазового узгодження, яке задається з урахуванням потрібної точності роботи машини та допустимих динамічних навантажень. Якщо після перехідного процесу ці нерівності виконуються, фазове узгодження можна вважати збереженим у межах прийнятої інженерної оцінки.

Додатковими ознаками стійкого режиму є обмеженість переміщень привода, відсутність наростання амплітуд у часі та затухання вільної складової після імпульсного навантаження. У розрахунках цього розділу для прийнятих параметрів після падіння шматка матеріалу спостерігається саме така картина: початковий перехідний процес має підвищені амплітуди, але з часом згасає, а система повертається до усталених вимушених коливань.

$$A_x^0 \leq A_{x0}^{max}, A_y^0 \leq A_{y0}^{max}, A_{\varphi 0} \leq A_{\varphi 0}^{max}. \quad (3.7)$$

Тут A_{x0} , A_{y0} та $A_{\varphi 0}$ — амплітудні характеристики руху привода за відповідними координатами, A_{x0}^{max} , A_{y0}^{max} та $A_{\varphi 0}^{max}$ — допустимі значення, які визначаються конструктивними обмеженнями та технологічними вимогами. У межах отриманих результатів важливим є не абсолютне задання цих меж, а сам факт відсутності самонаростання коливань і повернення системи до усталеного режиму.

Таблиця 3.1

Ознаки режимів фазового узгодження колосників

Режим руху	Фазова ознака	Фізичний зміст	Оцінка для прийнятої моделі
Синфазний	$\Delta\psi_{12} \approx 0;$ $\Delta\psi_{32} \approx 0;$ $\Delta\psi^{13} \approx 0$	Колосники рухаються в одному напрямку;	Не є робочим для досліджуваної конструкції.

		врівноваження погіршується.	
Противфазний	$\Delta\psi_{12} \approx \pi;$ $\Delta\psi_{32} \approx \pi;$ $\Delta\psi^{13} \approx 0$	Крайні колосники рухаються разом, середній — у противфазі; інерційні дії частково компенсуються.	Є робочим режимом прийнятої конструкції.
Перехідний після удару	Фазові співвідношення тимчасово спотворюються	На вимушені коливання накладається вільна затухаюча складова.	Допустимий, якщо після затухання система повертається до противфазного режиму.
Нестійкий	Фазові відхилення не зменшуються, амплітуди не стабілізуються	Порушується врівноваження, можливе зростання динамічних навантажень.	Для прийнятих параметрів у розрахунках не виявлений.

Джерело: розроблено автором.

3.2.5 Узагальнення результатів аналізу

Отже, для прийнятої конструкції грохота-перевантажувача доцільно говорити про стійкість фазово узгодженого противфазного режиму, а не про самосинхронізацію незалежних збудників. Конструктивне зміщення ексцентриситетів формує потрібне фазове співвідношення, а масово-інерційне та жорсткісне узгодження середнього й крайніх колосників забезпечує зменшення передачі інерційних дій на основу.

Чисельні результати, наведені в цьому розділі, показують, що після дії ударного навантаження система проходить короткочасний перехідний процес, у якому на вимушені коливання накладається вільна складова. Надалі ця

складова затухає, а рух колосників повертається до впорядкованого протифазного характеру. Це дає підстави вважати прийнятий режим фазового узгодження стійким у межах розглянутої лінеаризованої моделі та заданих параметрів грохота-перевантажувача.

Таким чином, підрозділ логічно пов'язує результати стаціонарного моделювання з подальшим аналізом пускових і ударних режимів: спочатку встановлюється робочий протифазний характер руху, а далі перевіряється, чи зберігається він після дії імпульсного збурення від падіння великого шматка матеріалу.

3.3 Дослідження пускових режимів і поздовжніх перехідних процесів

Для аналізу впливу падаючого шматка матеріалу на динаміку грохота використовується математична модель, одержана в розділі 2 для руху вздовж осі x . Основними змінними при цьому є координата поступального переміщення привода x_0 та кутові координати повороту колосників $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

Припустимо, що шматок матеріалу масою

$$m_0 = 500 \text{ кг.}$$

падає зі стрічкового конвеєра з висоти

$$h = 5 \text{ м.}$$

зі швидкістю стрічки в поздовжньому напрямку

$$V_{x0} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Для подальшого аналізу прийнято базовий розрахунковий випадок, що відповідає падінню одиничного великого шматка матеріалу масою 500 кг з висоти 5 м за наявності поздовжньої складової швидкості 5 м/с. Такий сценарій використовується як репрезентативний для оцінювання найбільш несприятливої короткочасної дії на систему.

Вважається, що шматок матеріалу після контакту з робочою поверхнею середнього колосника або з наявним на ній шаром дрібних фракцій не підстрибує та не відривається від поверхні. У зв'язку з цим удар у першому наближенні розглядається як абсолютно непружний, а імпульс падаючого тіла передається системі через зміну початкових умов руху.

Згідно із законом збереження імпульсу, початкова швидкість поступального руху системи в поздовжньому напрямку після падіння шматка матеріалу визначається співвідношенням (див. розділ 2):

$$v_{x0} = \frac{m_0 \cdot V_{x0}}{m_0 + m_1 + m_2 + m_3}, \quad (3.8)$$

де m_i — сумарні маси колосників із підшипниковими вузлами.

За прийнятих параметрів початкова швидкість системи в поздовжньому напрямку становить $v_{x0} \approx 0,654 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Вважається, що внаслідок жорсткого кінематичного зв'язку колосників через приводний вал імпульс, отриманий середнім колосником, швидко перерозподіляється між усіма елементами системи. Тому у співвідношенні (3.8) використовується сумарна маса колосників і підшипникових вузлів.

Отримане значення швидкості використовується як початкова умова для чисельного розв'язування системи диференціальних рівнянь руху, одержаних у вигляді (2.26). Отже, у поздовжньому напрямку падіння шматка матеріалу моделюється як миттєва зміна початкової швидкості, тоді як подальша

еволюція процесу визначається власними параметрами системи та дією привода.

На основі чисельного інтегрування системи рівнянь руху для координати x_0 при заданих параметрах мас, жорсткостей, демпфування та робочої частоти привода $\omega = 74$ рад/с, що відповідає частоті $f \approx 11,8$ Гц, було одержано часові залежності переміщень грохота в поздовжньому напрямку.

На рисунку 3.5 наведено часову залежність переміщення осі приводного вала грохота вздовж осі x після падіння шматка матеріалу масою 500 кг. Наведений графік ілюструє перехідний процес, який включає як коливання, зумовлені імпульсним збуренням, так і вимушені коливання від привода.

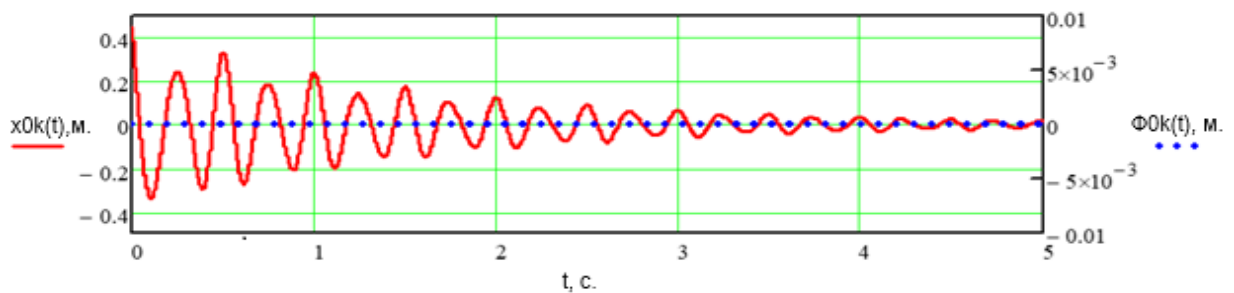


Рисунок 3.5 – Рух осі приводного вала перевантажувача в поздовжньому напрямку під час падіння шматка матеріалу масою 500 кг.

Джерело: розроблено автором.

Як видно з рисунка 3.5, у початковий момент часу виникають значні затухаючі коливання з амплітудою до 400 мм, що зумовлено дією імпульсу від падаючого шматка матеріалу.

Для детальнішого аналізу характеру руху виконано його розділення на складові, пов'язані з власною та вимушеною частотами системи.

На рисунку 3.6 показано накладання власних коливань, збуджених падінням шматка матеріалу, та вимушених коливань, зумовлених роботою

ексцентрикового привода. У початковий період часу домінують власні коливання, які поступово затухають під дією дисипативних сил.

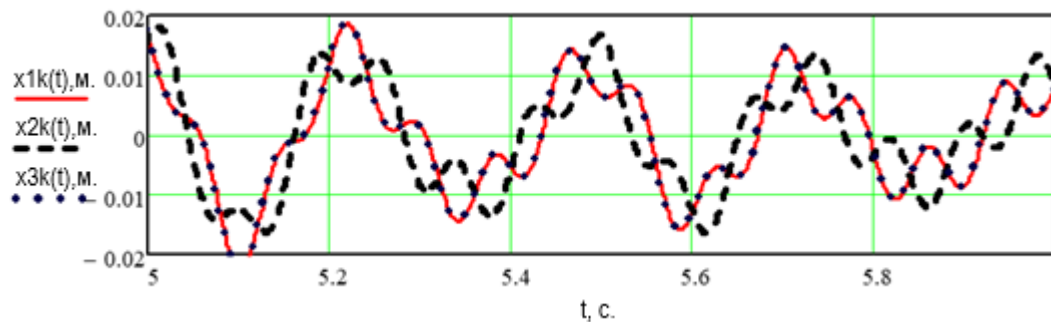


Рисунок 3.6 – Накладання власних і вимушених коливань колосників.

Джерело: розроблено автором.

Подальше затухання перехідного процесу призводить до того, що приблизно через 10 с після падіння шматка матеріалу рух системи визначається переважно вимушеними коливаннями.

На рисунку 3.7 наведено коливання колосників у встановленому режимі, які відбуваються з вимушеною частотою привода і відповідають усталеній роботі грохота.

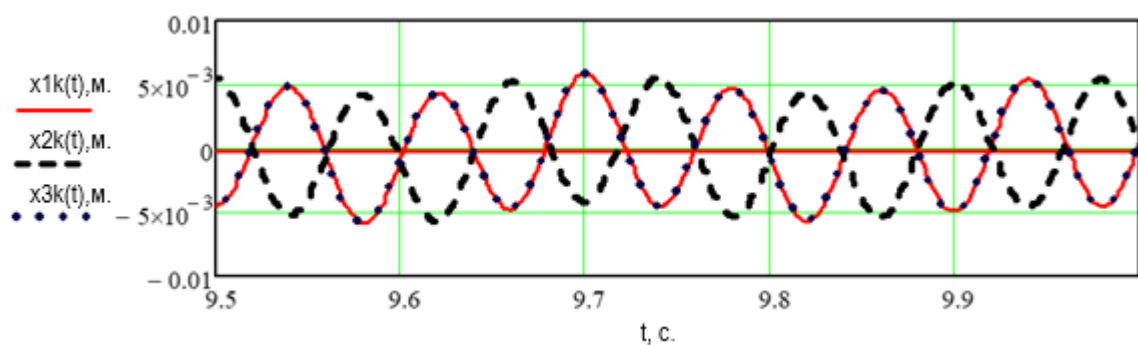


Рисунок 3.7 – Коливання колосників із вимушеною частотою.

Джерело: розроблено автором.

3.4 Дослідження нестационарних ударних режимів

Розглянемо випадок падіння шматка матеріалу з висоти $h = 5$ м на середній колосник у районі його центра тяжіння. У реальних умовах роботи грохота-перевантажувача контакт може відбуватися як безпосередньо з робочою поверхнею колосника, так і через шар дрібних фракцій матеріалу, що накопичується на поверхні. У межах розрахункової моделі цей проміжний шар окремо не моделюється дискретно; такий підхід відрізняється від DEM-моделювання, де взаємодія окремих частинок матеріалу з робочою поверхнею задається безпосередньо [62]. У цій роботі ударна взаємодія розглядається у спрощеній формі як короткочасний імпульсний вплив, що змінює початкові умови руху системи. На початковому етапі колосники вважаються горизонтальними. Швидкість падіння шматка матеріалу визначається співвідношенням:

$$V_{0y} = \sqrt{2gh}, \quad (3.9)$$

де g — прискорення вільного падіння;

h — висота падіння.

За прийнятого значення $h = 5$ м швидкість падіння шматка матеріалу становить $V_{0y} \approx 9,90 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Тоді початкова швидкість колосника в центрі тяжіння за прийнятою розрахунковою схемою визначатиметься так:

$$vk_{2y} = \frac{m_0 \cdot V_{0y}}{m_0 + m_2}. \quad (3.10)$$

Підстановка прийнятих параметрів у (3.10) дає початкову швидкість середнього колосника $vk_{2y} \approx 2,29 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Початкові умови для перехідного режиму сформовано на основі імпульсного характеру ударної взаємодії та симетрії конструктивної схеми. У

першому наближенні приймається, що вимушені коливання не впливають на початковий імпульсний стан системи; оскільки крайні та середній колосники мають однакові масово-інерційні параметри, вплив удару на рух привода та поворотні рухи середнього колосника у першому наближенні вважається рівноцінним, тобто:

$$v_{y0} = 0,5 v k_{2y}, \quad v_{\varphi 2} = 0,5 \frac{v k_{2y}}{L_{02}}. \quad (3.11)$$

Рух елементів перевантажувача описується системою рівнянь (2.33), а початкові умови задаються так:

$$\begin{aligned} y_0 = 0; \quad \dot{y}_0 = v_{y0}; \quad \varphi_0 = 0; \quad \dot{\varphi}_0 = 0; \quad \varphi_1 = 0; \quad \dot{\varphi}_1 = 0; \\ \varphi_2 = 0; \quad \dot{\varphi}_2 = v_{\varphi 2}; \quad \varphi_3 = 0; \quad \dot{\varphi}_3 = 0. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Нульові початкові переміщення відповідають вибору початку відліку від положення динамічної рівноваги системи, тоді як початкові швидкості визначаються характером ударної дії та використовуються при чисельному інтегруванні для побудови перехідного процесу.

У напрямку осі y переміщення привода після дії падаючого шматка матеріалу спочатку досягають приблизно 40 мм, а далі досить швидко затухають до нуля. Поворотні коливання привода навколо осі x практично відсутні, оскільки удар прикладається до середнього колосника (рис. 3.8). На початковій стадії рух відбувається переважно з частотою власних коливань.

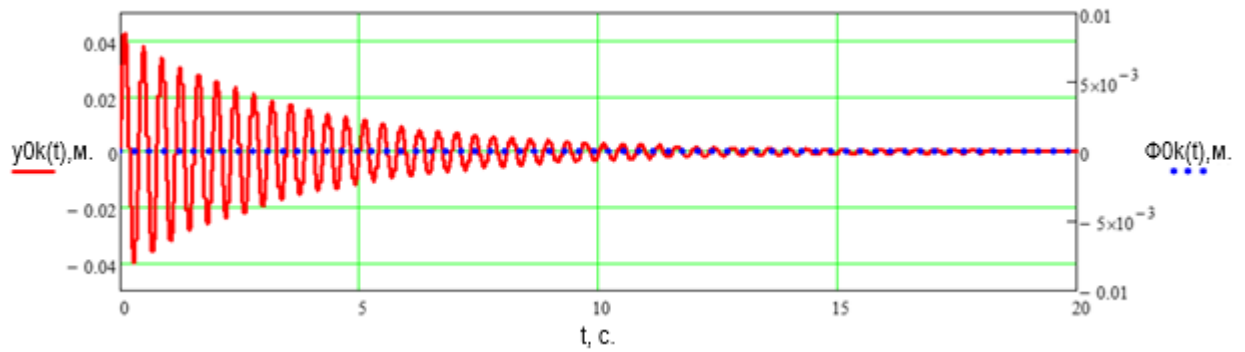


Рисунок 3.8 – Осцилограма нормальних і поворотних коливань привода.

Джерело: розроблено автором.

Поворотні коливання колосників у початковий момент часу також відбуваються з частотою власних коливань. Під час впливу шматка матеріалу їх амплітуда досягає 0,022 рад, а надалі поступово зменшується до амплітуди вимушених коливань $\varphi_a = 0,0033$ рад (рис. 3.9, 3.10).

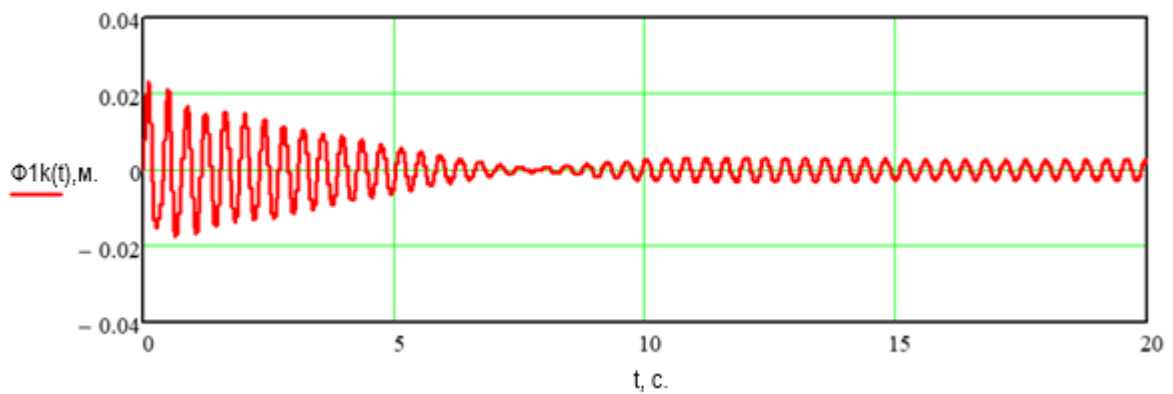


Рисунок 3.9 – Осцилограма руху лівого колосника.

Джерело: розроблено автором.

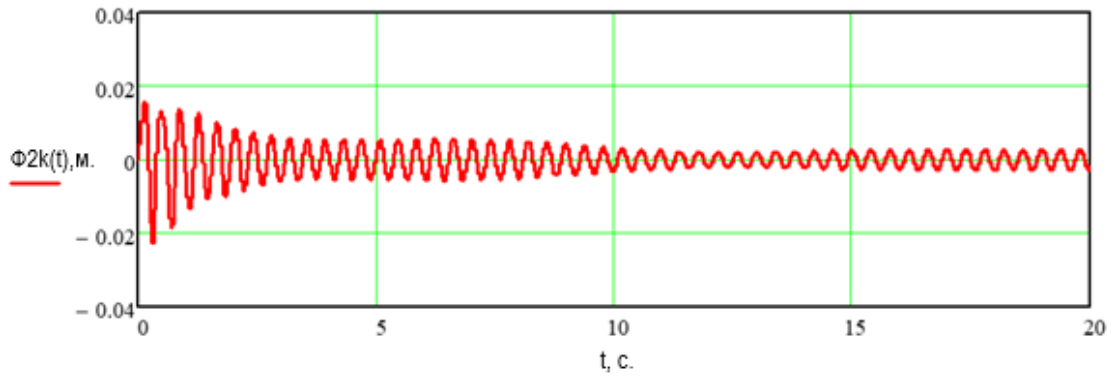


Рисунок 3.10 – Осцилограма руху середнього колосника.

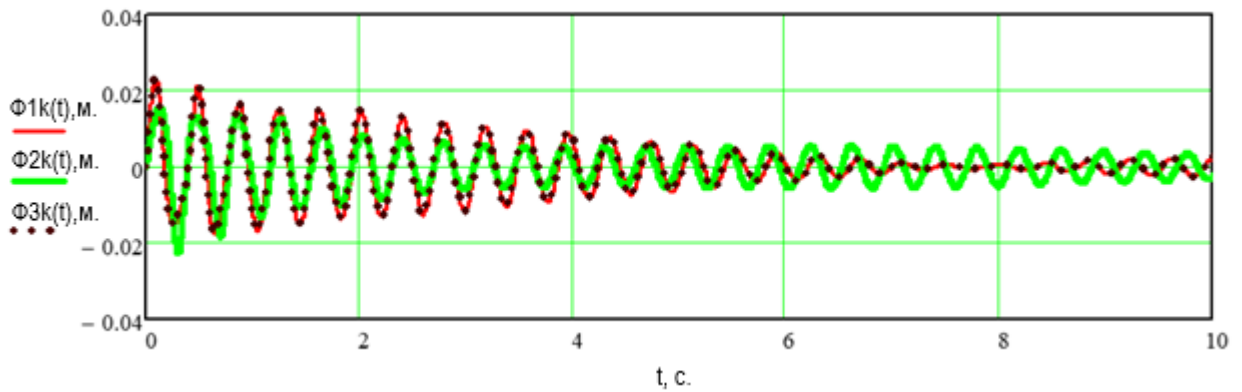
Джерело: розроблено автором.

Рисунок 3.11 – Стабілізація руху колосників.

Джерело: розроблено автором.

Поворотні коливання правого колосника є ідентичними коливанням лівого. У міру стабілізації процесу рух крайніх і середнього колосників набуває протифазного характеру (рис. 3.11).

Лінійні переміщення центрів тяжіння колосників, на які опосередковано впливає шматок матеріалу, що падає на середній колосник, визначаються виразами:

$$\begin{aligned} y_{o1k} &= Y_{ok} + b \cdot \phi_{ok} + r \cdot \cos(\omega t + \pi), \\ y_{o2k} &= Y_{ok} + r \cdot \cos(\omega t), \\ y_{o3k} &= Y_{ok} - b \cdot \phi_{ok} + r \cdot \cos(\omega t + \pi). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Динаміка руху частинок на вібраційній робочій поверхні впливає на умови просіювання і формування технологічного навантаження, що підтверджується моделями руху частинок на грохоті [63]. У межах цієї роботи далі аналізується власне динамічна реакція механічної системи після удару. Осцилограми крайніх і середнього колосників у початковий період після впливу шматка матеріалу характеризуються накладанням власної та вимушеної частот. Початкова сумарна амплітуда становить 44–46 мм (рис. 3.12, 3.13). Надалі вільна складова згасає, і в системі залишаються лише коливання з вимушеною частотою; у центрах тяжіння колосників їх амплітуда становить близько 5 мм.

Отже, подані осцилограми використовуються як кількісне підтвердження переходу системи від ударно-збуреного стану до робочого вимушеного режиму. Саме така ознака є ключовою для подальшого зіставлення чисельної моделі з експериментальною перевіркою.

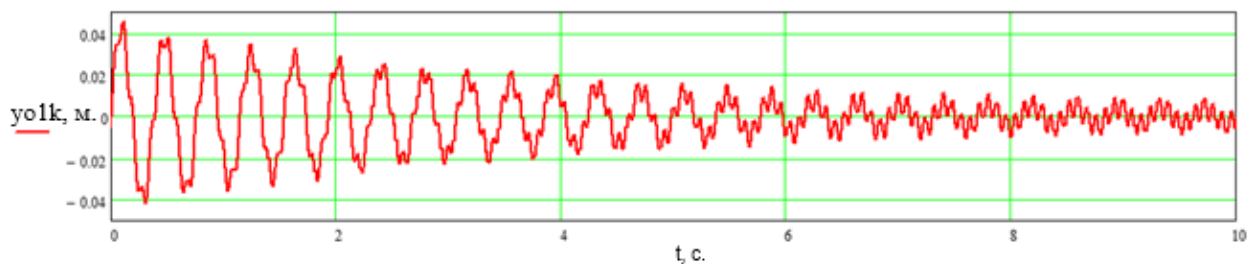


Рисунок 3.12 – Осцилограма початкової стадії переміщення в центрі тяжіння крайнього колосника.

Джерело: розроблено автором.

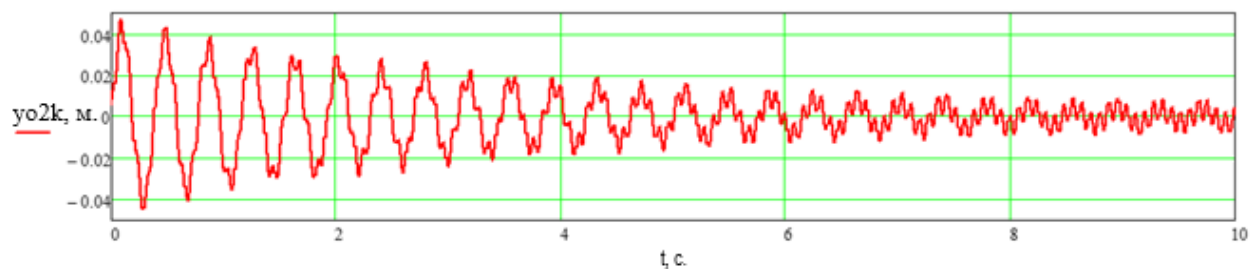


Рисунок 3.13 – Осцилограма початкової стадії переміщення в центрі тяжіння середнього колосника.

Джерело: розроблено автором.

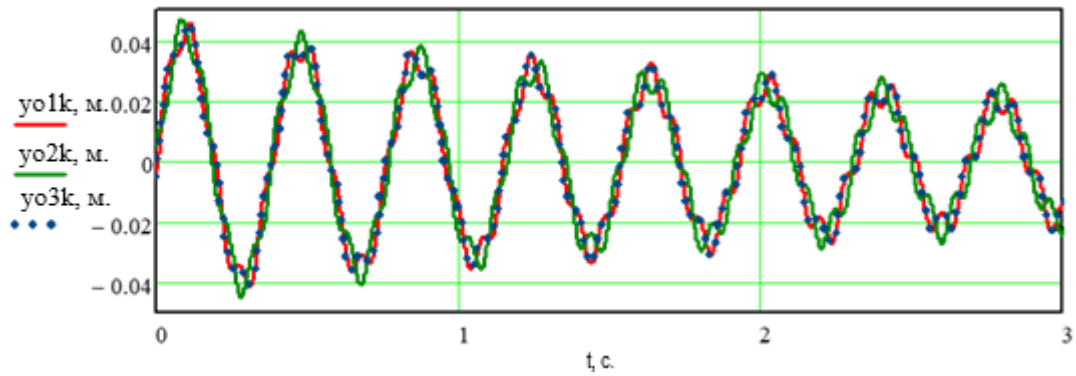


Рисунок 3.14 – Осцилограма переміщення центру тяжіння колосників у початковий період після падіння великого шматка матеріалу.

Джерело: розроблено автором.

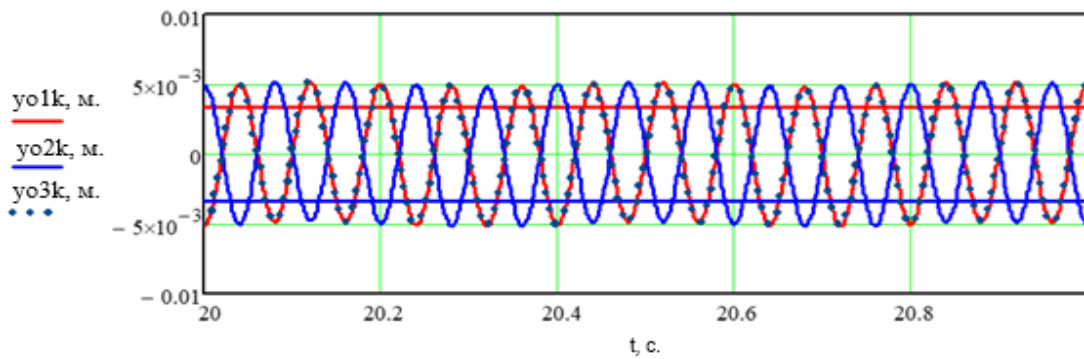


Рисунок 3.15 – Осцилограма переміщення центру тяжіння колосників під час стабілізації коливань.

Джерело: розроблено автором.

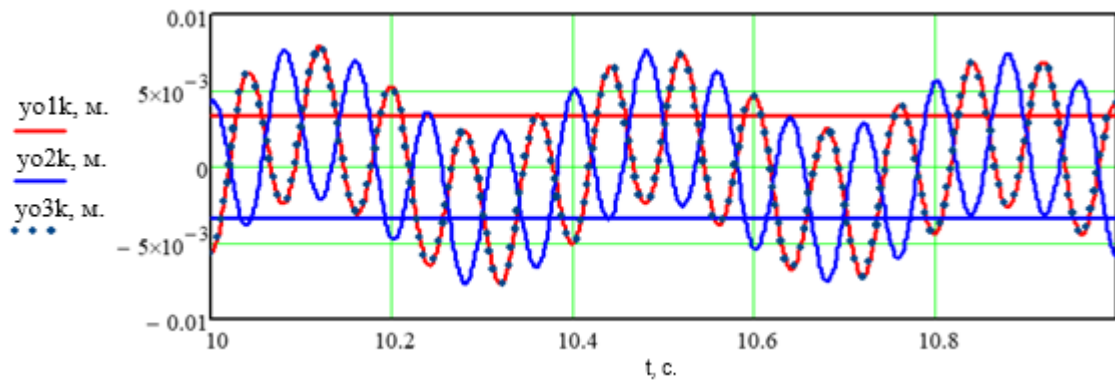


Рисунок 3.16 – Осцилограма переміщення центру тяжіння колосників у період перед стабілізацією коливань.

Джерело: розроблено автором.

Як видно з рис. 3.14–3.16, у початковий період після удару спостерігаються найбільші амплітуди переміщень центрів тяжіння колосників. У подальшому перехідний процес характеризується накладанням власної та вимушеної складових, а в міру затухання вільних коливань система переходить до усталеного режиму з амплітудою близько 5 мм.

3.5 Визначення раціональних параметрів грохота

На основі результатів чисельного моделювання стаціонарного та нестаціонарного режимів можна сформулювати вимоги до раціонального вибору параметрів ГПК. Основним критерієм є забезпечення такого поєднання масово-інерційних характеристик, жорсткостей опор, параметрів ексцентрикового збудження та демпфування, за якого система зберігає рівноважний характер руху, а перехідні процеси після ударного збурення швидко затухають. [64–67]

Таблиця 3.2

Раціональні умови вибору параметрів грохота-перевантажувача

Група параметрів	Рациональна умова вибору	Очікуваний вплив на роботу системи
Масово-інерційні характеристики	Сумарні маса та момент інерції середнього колосника мають відповідати сумі параметрів крайніх колосників.	Зменшення реакцій на основу та збереження врівноваженого режиму.
Жорсткість опор	Жорсткості опор середнього колосника узгоджуються із сумарними жорсткостями опор крайніх колосників.	Зменшення перекосів, обмеження додаткових кутових коливань привода.
Параметри ексцентрикового збудження	Ексцентриситети крайніх колосників мають бути зміщені відносно середнього на π рад, тобто на 180° .	Формування протифазного режиму та зменшення неврівноважених сил.
Демпфування	Для розрахунку прийнято $\mu=0,15$; збільшення демпфування доцільне при надмірних ударних переміщеннях.	Прискорення затухання перехідного процесу після удару.
Робоча частота	Робоча кутова швидкість $\omega=74$ рад/с має бути віддалена від небезпечних резонансних зон.	Стабілізація усталених вимушених коливань.

Джерело: розроблено автором.

Отримані результати показують, що при прийнятих параметрах одиничне падіння шматка матеріалу масою 500 кг з висоти 5 м викликає короточасний перехідний процес, після якого система повертається до усталеного режиму. Тому раціональними слід вважати такі параметри пружної системи та привода, які забезпечують швидке затухання вільної складової протягом 15–20 періодів власних коливань, відсутність істотних переміщень привода, збереження протифазного руху середнього та крайніх колосників і мінімізацію передачі динамічних навантажень на основу.

Висновки до розділу 3

1. У розділі виконано чисельне дослідження динамічної поведінки врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача на основі математичної моделі, сформованої в розділі 2. Розрахунки охоплюють стаціонарний режим, фазове узгодження руху колосників, пускові процеси та нестаціонарне ударне збурення.

2. Показано, що для врівноваженої схеми характерним є протифазний рух середнього та крайніх колосників при малих переміщеннях несучої системи. Це підтверджує працездатність прийнятого принципу динамічного врівноваження та обґрунтовує необхідність узгодженого вибору мас, моментів інерції і жорсткостей опор.

3. Встановлено, що пусковий режим є окремим перехідним процесом, у якому можливі короткочасні підвищення амплітуд і зміна фазових співвідношень. Тому оцінювання працездатності грохота-перевантажувача не може обмежуватися лише стаціонарним режимом при робочій частоті.

4. Нестаціонарне ударне навантаження від падіння шматка матеріалу змодельовано як імпульсне збурення, що формує початкові умови подальшого перехідного процесу. Чисельні результати показують наявність короткочасної вільної складової, яка поступово затухає і не руйнує робочий характер вимушеного руху системи.

5. Доведено, що жорсткість опор, демпфування, масово-інерційні параметри та характеристики ексцентрикового приводу впливають не лише на амплітуду робочих коливань, а й на тривалість відновлення режиму після удару. Саме ці параметри мають бути використані як основні змінні інженерного обґрунтування.

6. Результати чисельного аналізу визначили фізичні ознаки, які необхідно перевірити експериментально: наявність сталого вимушеного руху,

формування першого ударного імпульсу, післяударне затухання, вплив контактних умов і передавання збурення по робочій поверхні.

РОЗДІЛ 4 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ ГРОХОТА З УРАХУВАННЯМ УДАРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ТА ПРОМІЖНОГО ШАРУ СИПКОГО МАТЕРІАЛУ

У розділах 2–3 дисертаційної роботи сформовано математичну модель динаміки врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача та виконано чисельне дослідження його поведінки у стаціонарних і нестаціонарних режимах. Розрахункова схема враховує дію віброзбудження, пружне опирання робочої системи, локальний характер ударного навантаження та зміну умов контакту за наявності проміжного шару сипкого матеріалу.

Експериментальна частина в роботі виконує верифікаційну функцію: вона перевіряє, чи відтворює реальна пружно оперта робоча система ті фізичні ознаки, які закладено в математичній моделі, а саме сталий вимушений рух, короткочасне імпульсне збурення, післяударне затухання, просторове передавання реакції та зміну контактних умов за наявності проміжного шару сипкого матеріалу.

На відміну від попередньої балкової постановки, у цьому розділі експеримент виконано на лабораторній фізичній моделі грохота. Така постановка дозволяє зберегти взаємозв'язок між коробом, робочою поверхнею, приводом і пружними опорами, тобто перевірити не лише місцеву реакцію в зоні контакту, а й поведінку пружно опертої робочої системи.

Метою розділу є експериментальна перевірка працездатності прийнятої динамічної моделі грохота у тих режимах, які неможливо достатньо обґрунтувати лише розрахунково: у сталому вимушеному русі, під дією локального ударного навантаження, за різного положення зони удару та за наявності проміжного шару сипкого матеріалу. Тому експеримент

розглядається як засіб кількісного підтвердження основних фізичних припущень моделі, а не як самостійний опис роботи лабораторного стенда.

Методично розділ побудовано за принципом переходу від опису фізичного об'єкта до вимірювального тракту, від вимірювального тракту — до показників обробки сигналу, а від них — до перевірки положень математичної моделі. Така послідовність дозволяє простежити, звідки отримано кожний числовий результат і чому саме він використаний для висновків.

4.1. Постановка задачі експериментального дослідження

Ударне навантаження робочої поверхні грохота виникає під час падіння кусків матеріалу, нерівномірного живлення та переміщення матеріалу вздовж просіювальної зони. Навіть короткочасний локальний контакт може спричинити зміну фази руху, підвищення пікових навантажень і передачу збурення на ділянки, віддалені від місця падіння.

Для дисертаційної роботи принципово важливо, що удар розглядається не як ізольований лабораторний випадок, а як один із характерних нестационарних режимів роботи грохота-перевантажувача. Тому експеримент повинен бути пов'язаний із попередньою математичною моделлю через однакову фізичну логіку: пружна система, вимушений рух, локальне імпульсне збурення, податливість контакту та післяударне затухання.

Експериментальна перевірка забезпечила розв'язання таких науково-практичних задач: встановити відповідність фактичної частоти коливань стенда робочій частоті віброзбуджувача; визначити просторову неоднорідність сталого відгуку в контрольних точках T1–T9; кількісно оцінити перший ударний імпульс і післяударне затухання у точці T5; визначити зміну ударного відгуку за наявності шару піску; перевірити передавання локального ударного збурення від зон T2 і T8 до центральної

точки T5; сформувати експериментальні критерії, за якими результати можна зіставити з положеннями математичної моделі.

Головною кількісною серією прийнято досліди з металевим тілом масою 0,25 кг при висоті падіння $h = 25$ см. Цей режим є робочим компромісом між слабкою реакцією при $h = 10$ см та ризиком перевищення корисного діапазону сигналу при $h = 50$ см без проміжного шару. Тому серія $h = 25$ см використана для підсумкових таблиць, графіків і висновків.

У такій постановці експеримент має три рівні верифікації: частотний рівень, коли перевіряється відповідність робочої частоти стенда частоті віброзбудження; просторовий рівень, коли оцінюється неоднорідність коливань у точках T1–T9; ударний рівень, коли аналізується короткочасний імпульсний відгук і його зміна за наявності шару сипкого матеріалу.

Ці рівні не замінюють один одного: частотний рівень підтверджує правильність роботи віброзбудження, просторовий рівень показує неоднорідність реакції короба, а ударний рівень безпосередньо перевіряє нестационарну складову моделі. Саме поєднання трьох рівнів робить експеримент пов'язаним із темою дисертації, а не лише демонстрацією роботи окремого стенда [68, 69].

Таким чином, експеримент у розділі потрібний для відповіді на три принципові питання дисертаційного дослідження: чи можна розглядати робочу систему грохота як пружно оперту систему зі сталим вимушеним рухом; чи формує локальний удар окрему нестационарну складову, яку доцільно виділяти через розмах першого імпульсу та післяударний відгук; чи змінюють координата удару і проміжний шар сипкого матеріалу параметри цієї складової настільки, що їх необхідно враховувати в розрахунковій схемі.

4.2. Лабораторна фізична модель грохота

Експериментальні дослідження виконано на лабораторній фізичній моделі інерційного грохота з пружно опертою робочою системою. На рис. 4.1 наведено конструктивну схему установки без текстових підписів усередині рисунка; пояснення цифрових позицій подано безпосередньо після рисунка.

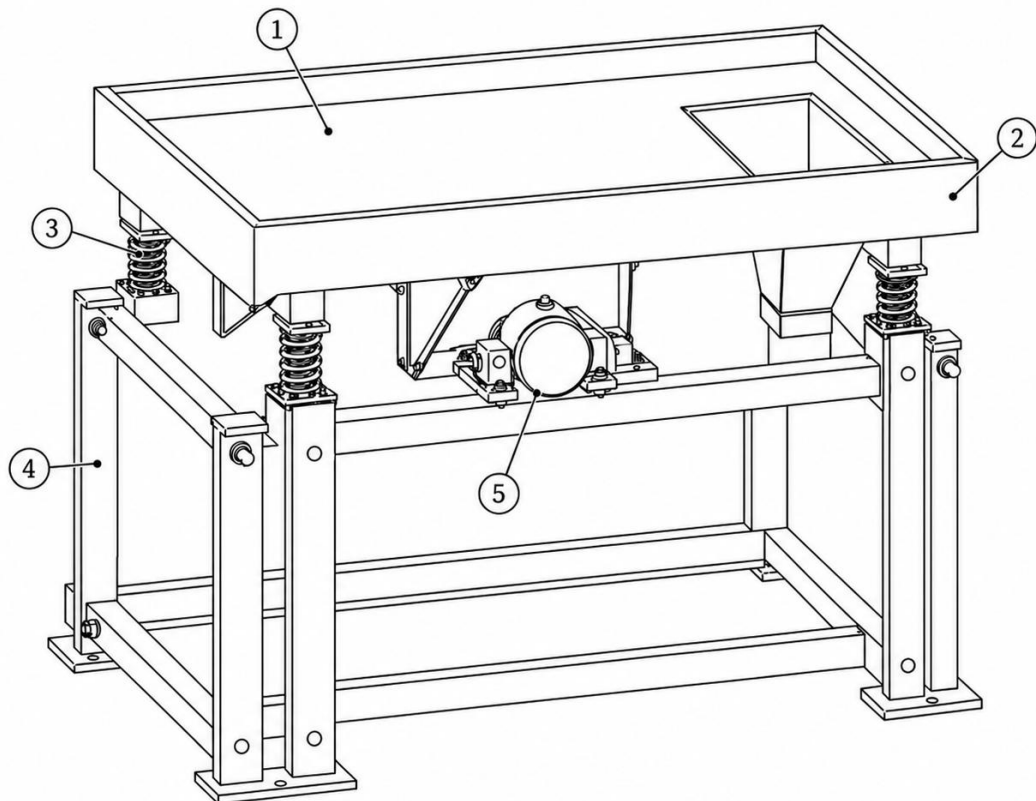


Рисунок 4.1 – Конструктивна схема лабораторної фізичної моделі грохота
 1 – робоча поверхня грохота; 2 – короб грохота; 3 – пружне опирання короба;
 4 – опорна рама; 5 – віброзбуджувач.

Джерело: розроблено автором з використанням штучного інтелекту.

Технічні фотографії стенда, пружного вузла та вимірювального тракту наведено в додатку А. У тексті розділу 4 основним ілюстративним матеріалом залишено конструктивну схему та схему контрольних точок, оскільки саме

вони використовуються для подальших розрахункових і методичних посилань.

Робоча поверхня установки має довжину 1610 мм і ширину 610 мм. Кут нахилу робочої поверхні перебуває в межах $2\text{--}3^\circ$. Таке положення відповідає характерній похилій орієнтації робочих поверхонь грохотів і дозволяє досліджувати ударний процес у конструкції, яка має реальне пружне опирання та дію віброзбудження.

Конструктивно робоча поверхня має плоску верхню ділянку з бортами та випускним отвором у правій частині короба. Наявність отвору й ребрових зон враховано під час розміщення контрольних точок, тому права група Т7–Т9 не переносилася в середину отвору, а розташовувалася на доступній жорсткій частині поверхні.

Положення контрольних точок Т1–Т9 на робочій поверхні показано на рис. 4.2.

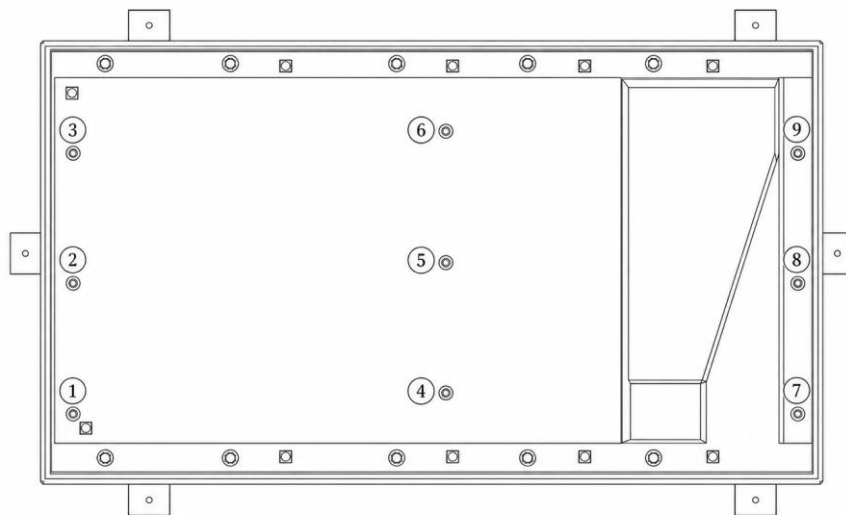


Рисунок 4.2 – Розміщення контрольних точок Т1–Т9 на робочій поверхні

Джерело: розроблено автором з використанням штучного інтелекту.

Точки T1, T2 і T3 розташовані у лівій частині робочої поверхні знизу вверху; точки T4, T5 і T6 утворюють середню лінію; точки T7, T8 і T9 розміщені біля правої ребрової зони. Точка T5 використовується як основна контрольна точка ударної серії, оскільки вона характеризує центральну зону робочої поверхні та має найбільший сталий відгук за результатами попереднього просторового вимірювання.

Прийнята нумерація відповідає фактичним місцям закріплення датчика на коробі й не є ідеально рівномірною математичною сіткою. Це принципово, оскільки праві точки розташовані ближче до ребрової ділянки та зони отвору, а отже характеризують реальну просторову неоднорідність лабораторного грохота.

Пружне опирання короба реалізовано вісьмома пружинами, розташованими по дві в кожній опорній зоні. У цьому розділі параметри пружин використано як конструктивно-розрахункові характеристики для інтерпретації експериментального відгуку.

Основні геометричні, конструктивні та режимні параметри лабораторної фізичної моделі грохота, використані під час планування експерименту, тарування вимірювального каналу та подальшої інтерпретації результатів, наведено в табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Основні параметри лабораторної фізичної моделі грохота

Параметр	Значення
----------	----------

Довжина робочої поверхні L	1610 мм
Ширина робочої поверхні B	610 мм
Кут нахилу α	2–3°
Кількість пружин	8 шт.
Діаметр дроту пружини d	5 мм
Зовнішній діаметр пружини D	31 мм
Кількість робочих витків n	8 шт.
Сумарна жорсткість пружного опирання	$\approx 279 \cdot 10^3$ Н/м
Тип віброзбуджувача	ІВ-99Е У2
Номінальна частота обертання	3000 хв ⁻¹
Маса ударного тіла	0,25 кг
Проміжний шар	пісок середньої фракції, 5±1 мм

Джерело: розроблено автором.

Номінальна частота збудження визначається через частоту обертання віброзбуджувача. Формула (4.1) використовується для переходу від паспортного значення n, заданого у хвилинах, до робочої частоти f у герцах.

$$f = \frac{n}{60} \quad (4.1)$$

де n — частота обертання віброзбуджувача, хв⁻¹; f — частота збудження, Гц. Для n = 3000 хв⁻¹ отримуємо f $\approx$ 50 Гц. Лабораторна фізична модель не

розглядається як повна геометрична копія промислового грохота-перевантажувача. Її призначення полягає у відтворенні тих фізичних чинників, які визначають нестаціонарний відгук: пружного опирання, вимушеного віброруху, протяжної робочої поверхні, локального удару та проміжного шару матеріалу.

4.3. Вимірювальний тракт і тарування

Схему вимірювального тракту та тарування коливального відгуку лабораторної фізичної моделі грохота наведено на рис. 4.3. Сигнал від датчика, встановленого на робочій поверхні грохота, надходив до вимірювального комплексу Robotron, після чого передавався на персональний комп'ютер для цифрової реєстрації та подальшої обробки. Індикатор годинникового типу використовувався для контрольного зіставлення механічного переміщення робочої поверхні з цифровим сигналом вимірювального каналу [70–72].

Для експериментальної перевірки математичної моделі принципове значення має не лише сам факт реєстрації коливань, а й сталість усього вимірювального каналу. Якщо сигнал від датчика проходить через однакову послідовність перетворення, підсилення, індикації та цифрового запису, то порівняння різних режимів можна виконувати за єдиними відносними критеріями. Саме тому схема вимірювального тракту подається окремо: вона показує, яким шляхом механічний відгук робочої поверхні перетворювався у цифрову часову реалізацію, що надалі використовувалася для визначення сталого розмаху, першого ударного імпульсу та післяударного затухання.

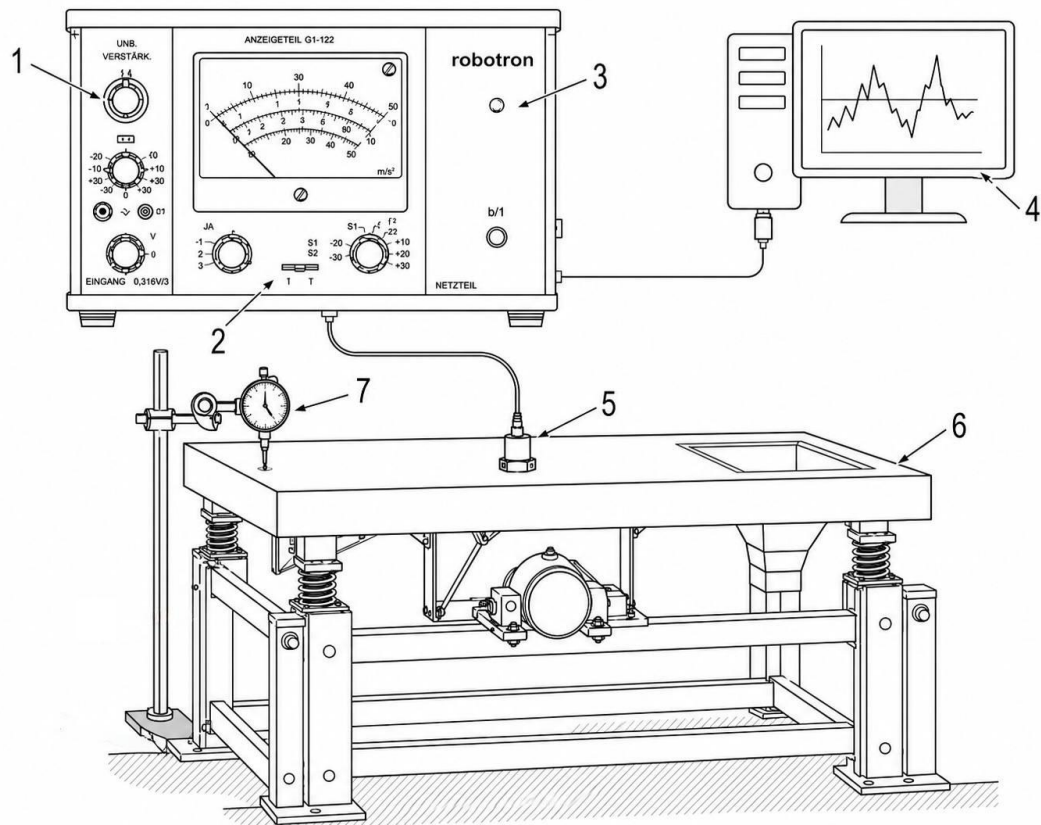


Рисунок 4.3 – Схема вимірювального тракту та тарування коливального відгуку лабораторної фізичної моделі грохота:

- 1 — вхідний канал вимірювального комплексу Robotron для підключення сигналу від датчика;
- 2 — блок індикації та органи налаштування вимірювального комплексу Robotron;
- 3 — блок живлення / вихідна частина вимірювального комплексу Robotron;
- 4 — персональний комп'ютер для цифрової реєстрації, збереження та подальшої обробки сигналу;
- 5 — датчик КД-35, встановлений на робочій поверхні грохота;
- 6 — короб і робоча поверхня лабораторної фізичної моделі грохота;
- 7 — індикатор годинникового типу на вимірювальній стійці;

Джерело: розроблено автором з використанням штучного інтелекту.

Використання датчика КД-35 та апаратури Robotron відповідає складу вимірювального тракту, що застосовується для реєстрації вібраційних сигналів; технічні характеристики датчика і склад приладів враховано за довідковими даними.

Під час дослідів датчик КД-35 установлювався з жорстким контактом із робочою поверхнею, що дозволяло реєструвати як сталу вібраційну складову, так і короткочасний ударний імпульс.

Контроль механічного переміщення під час тарування виконувався індикатором годинникового типу, встановленим на окремій вимірювальній стійці. У цьому підрозділі наведено принцип тарування та використання коефіцієнта переходу від відсотків шкали до міліметрів.

Реєстрацію вібраційного відгуку виконували у вигляді цифрових часових реалізацій вихідного сигналу вимірювального каналу. Збереження сигналів здійснювалося у форматі, що забезпечував подальший перегляд і обробку запису в програмному середовищі Sound Forge. У подальшому аналізі використано лінійний розмах нормованого сигналу, виражений у відсотках повної шкали реєстрації (%FS). Логарифмічна шкала рівня сигналу в дБ не використовувалася як основний кількісний показник, оскільки для задачі дослідження необхідним було порівняння саме розмахів часових реалізацій у зіставних режимах.

За загальними рекомендаціями експериментального аналізу вібрацій для зіставлення режимів важливо використовувати однаковий вимірювальний тракт, однакові налаштування підсилення та однаковий спосіб виділення інтервалів сигналу [73–75].

Коефіцієнт тарування визначався як відношення розмаху переміщення за індикатором до відповідного розмаху цифрового сигналу. Формула (4.2) показує загальний принцип отримання коефіцієнта переходу від відсотків шкали до міліметрів.

$$k = \frac{S_{p-p,\text{інд}}}{S_{p-p,\%}} \quad (4.2)$$

де $S_{p-p,\text{інд}}$ — розмах переміщення, визначений за індикатором годинникового типу, мм; $S_{p-p,\%}$ — розмах цифрового сигналу, %. Після визначення коефіцієнта k кожне експериментальне значення у відсотках перераховується за формулою (4.3).

$$S_{p-p,\text{мм}} = k \cdot S_{p-p,\%} \quad (4.3)$$

На тарувальній ділянці 15–20 с розмах цифрового сигналу становив 7,071 % шкали вимірювального каналу, а відповідний розмах переміщення за індикатором прийнято рівним 1,00 мм. Числовий результат тарування наведено у формулі (4.4).

$$k = \frac{1,00}{7,071} = 0,1414 \frac{\text{мм}}{\%} \quad (4.4)$$

Абсолютні значення переміщень у цьому розділі використовуються як оціночні. Тарування виконано за робочою схемою зіставлення механічного переміщення з вихідним сигналом вимірювального каналу; воно не замінює повної метрологічної калібровки за стандартною процедурою, а задає коефіцієнт для інженерного перерахунку сигналу. Основні висновки формуються за відносними показниками, оскільки всі порівнювані серії виконувалися при однакових налаштуваннях датчика, підсилювача, апаратури Robotron і каналу цифрової реєстрації.

Тому значення у міліметрах слід розглядати як допоміжну інженерну оцінку розмаху, а не як високоточне абсолютне переміщення всієї робочої

поверхні. Для доказу закономірностей важливішими є порівняння між режимами, отримані в одному вимірювальному тракті: без шару і з шаром, вимкнений і увімкнений грохот, прямий і віддалений удар.

4.4. Програма експерименту і методика обробки сигналів

Експериментальна програма складалася з двох основних груп дослідів. Перша група була спрямована на реєстрацію сталого режиму в контрольних точках Т1–Т9. Друга група містила ударні досліди з металевим тілом масою 0,25 кг, яке падало з контрольованої висоти на робочу поверхню або на шар піску в зоні удару.

Ударні досліди виконувалися металевим тілом масою 0,25 кг, яке падало з контрольованої висоти на робочу поверхню або на локально сформований шар піску. Саме ця зміна контактних умов дозволяла зіставити жорсткий контакт метал–метал із податливим контактом через проміжний сипкий шар.

Енергія ударного навантаження визначається як потенційна енергія тіла перед падінням. Формула (4.5) використана для порівняння контрольних висот 10, 25 і 50 см за однакової маси ударного тіла [76, 77].

$$E_{\text{уд}} = m \cdot g \cdot h \quad (4.5)$$

де $E_{\text{уд}}$ — енергія ударного навантаження, Дж; m — маса ударного тіла, кг; g — прискорення вільного падіння, м/с²; h — висота падіння, м. Швидкість тіла перед контактом визначається за формулою (4.6), яка впливає з умови вільного падіння без урахування опору повітря.

$$v = (2 \cdot g \cdot h)^{\frac{1}{2}} \quad (4.6)$$

Первинною характеристикою ударної реакції прийнято розмах першого контактного імпульсу. На рис. 4.4 показано принцип поділу часової реалізації на три послідовні ділянки: фонову ділянку до удару, короткий інтервал першого контактного імпульсу та післяударну ділянку затухання.

Обробка кожної зареєстрованої часової реалізації вихідного сигналу вимірювального каналу виконувалася за єдиною методикою: спочатку виділялася фонові ділянка до моменту удару, далі визначався інтервал першого контактного імпульсу, після чого аналізувалася післяударна ділянка затухання. Такий поділ дозволяє окремо оцінювати сталу вібраційну складову, початкову ударну реакцію та подальший перехідний процес, не змішуючи їх в одному показнику.

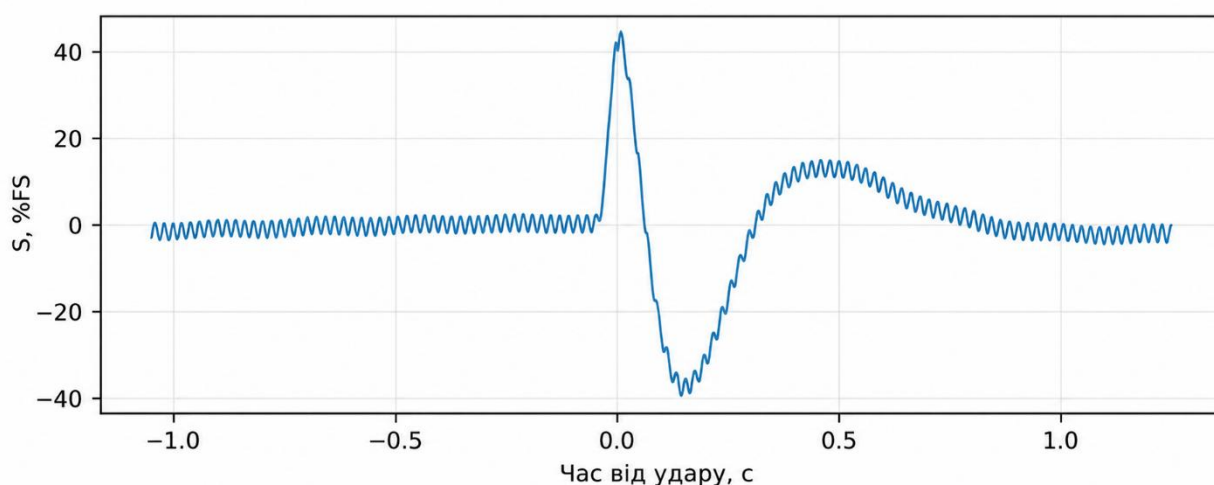


Рисунок 4.4 – Схематичний поділ часової реалізації на фонову ділянку, перший контактний імпульс та післяударне затухання

Джерело: розроблено автором.

Розмах сигналу визначався як різниця між найбільшим і найменшим значенням у вибраному інтервалі. Формула (4.7) застосовувалася окремо для фонові ділянки, першого ударного імпульсу та післяударної ділянки.

Вибір показника розмаху першого імпульсу також узгоджується з попередньою експериментальною перевіркою ударного відгуку балкової

моделі середнього колосника та з практикою аналізу ударно-затухаючих процесів у механічних системах [78–80].

$$S_{p-p} = S_{max} - S_{min} \quad (4.7)$$

де S_{max} і S_{min} — максимальне та мінімальне значення сигналу у межах вибраної ділянки. Для перерахунку розмаху у міліметри застосовано тарувальний коефіцієнт, визначений у формулі (4.4), що записано у вигляді робочого співвідношення (4.8).

$$S_{p-p, мм} = 0,1414 \cdot S_{p-p, \%} \quad (4.8)$$

Вплив проміжного шару оцінювався за відносним зниженням першого імпульсу. Формула (4.9) показує, яку частку початкового пікового відгуку було зменшено за наявності шару сипкого матеріалу.

$$\eta_{imp} = \frac{S_{imp,0} - S_{imp,h}}{S_{imp,0}} \cdot 100 \% \quad (4.9)$$

де $S_{imp,0}$ — розмах першого імпульсу без шару; $S_{imp,h}$ — розмах першого імпульсу за наявності шару матеріалу. Повторюваність реалізацій оцінювалася через коефіцієнт варіації V , поданий у формулі (4.10).

$$V = \frac{\sigma_{imp}}{S_{imp,сеп}} \cdot 100 \% \quad (4.10)$$

4.5. Дослідження сталого коливального режиму в контрольних точках Т1–Т9

Для встановлення базового коливального стану грохота виконано реєстрацію сталого режиму у дев'яти контрольних точках. У табл. 4.2 наведено робочу частоту в герцах та розмах сталих коливань у кожній точці; ці дані є основою для вибору Т5 як базової точки ударної серії.

Під сталим режимом у цьому підрозділі розуміється ділянка запису після завершення початкового розгону, коли робоча частота вже відповідає частоті віброзбудження, а розмах коливань можна вважати квазісталим у межах обраного інтервалу аналізу. Окреме кількісне дослідження пускового переходу в цьому розділі не виконувалося, оскільки головна експериментальна задача пов'язана з ударним нестационарним режимом.

Кількісні значення робочої частоти, розмаху сталих коливань та нормованого розмаху в контрольних точках Т1–Т9 наведено в табл. 4.2. Ці дані використано для оцінювання просторової неоднорідності коливального поля робочої поверхні та для обґрунтування вибору точки Т5 як основної контрольної точки ударної серії.

Таблиця 4.2

Параметри сталих коливань у контрольних точках Т1–Т9

Точка	f, Гц	S _{p-p} , %	S _{p-p} , мм	$\frac{S_{p-p}}{S_{p-p, \max}}$
T1	49,29	18,60	2,63	0,65
T2	49,23	19,39	2,74	0,68
T3	49,26	19,12	2,70	0,67
T4	49,33	11,54	1,63	0,40
T5	49,31	28,57	4,04	1,00
T6	49,28	11,30	1,60	0,40
T7	49,29	15,62	2,21	0,55
T8	49,33	18,75	2,65	0,66

T9	49,27	14,74	2,08	0,52
----	-------	-------	------	------

Джерело: розроблено автором.

У табл. 4.2 позначення S_{p-p} відповідає розмаху сталого сигналу, визначеному за формулою (4.7), а $\frac{S_{p-p}}{S_{p-p,max}}$ є нормованим розмахом відносно найбільшого значення, зафіксованого у точці T5.

Графічне подання результатів табл. 4.2 наведено на рис. 4.5, де показано розмах сталих коливань у контрольних точках та робочу частоту в тих самих точках. Частота вимірюється у герцах і визначається за спектральною/часовою повторюваністю зареєстрованого сигналу.

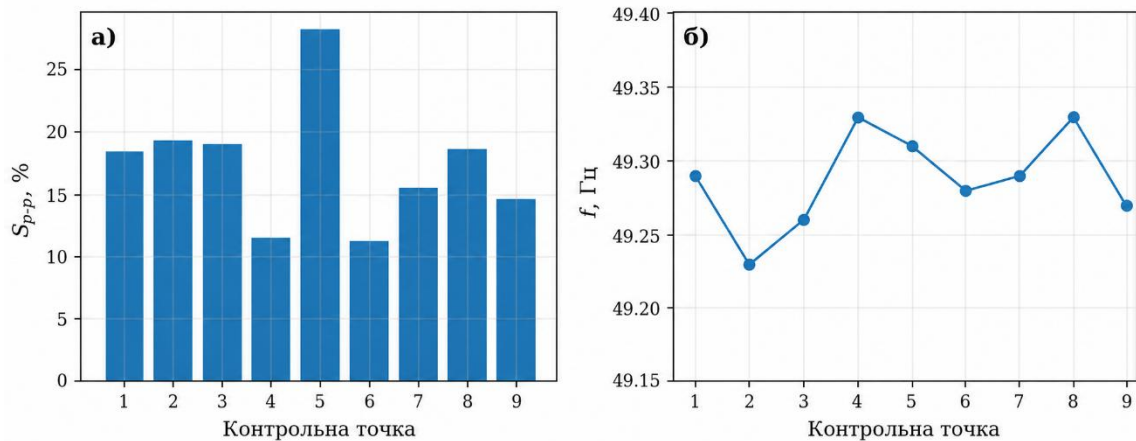


Рисунок 4.5 – Сталій режим у точках T1–T9: а – розмах коливань; б – робоча частота

Джерело: розроблено автором.

Частотний аналіз показує, що робоча частота в усіх точках перебуває в близькому діапазоні приблизно 49,2–49,3 Гц, тобто практично відповідає паспортній частоті вібробудувача 50 Гц. Невеликі відмінності між точками пов'язані з похибкою виділення частотного піка та локальним рівнем сигналу, а не з реально різною частотою роботи окремих зон грохота. Найбільший розмах сталих коливань зафіксовано у точці T5. Це обґрунтовує її вибір як основної контрольної точки для ударних дослідів. Отриманий розподіл також показує, що коливальне поле робочої поверхні є неоднорідним, тому локальне

ударне навантаження не можна оцінювати лише за середнім рівнем коливань усієї конструкції.

Отже, частота характеризує роботу вібробуджувача і всієї коливальної системи як єдиного об'єкта, а різниця між точками проявляється переважно в амплітудному рівні. Саме тому для вибору базової точки ударної серії використано не частоту, а найбільший нормований розмах сталих коливань.

4.6. Основна ударна серія у точці T5 при $h = 25$ см

Основна кількісна серія виконана у точці T5 при падінні металевого тіла масою 0,25 кг з висоти 25 см. Для кожного центрального режиму зареєстровано чотири повтори. На рис. 4.6 наведено характерні фрагменти часових реалізацій, які ілюструють саме зміну форми ударного відгуку за наявності шару піску. Суцільна крива відповідає режиму без шару, штрихова — режиму з шаром піску 5 мм.

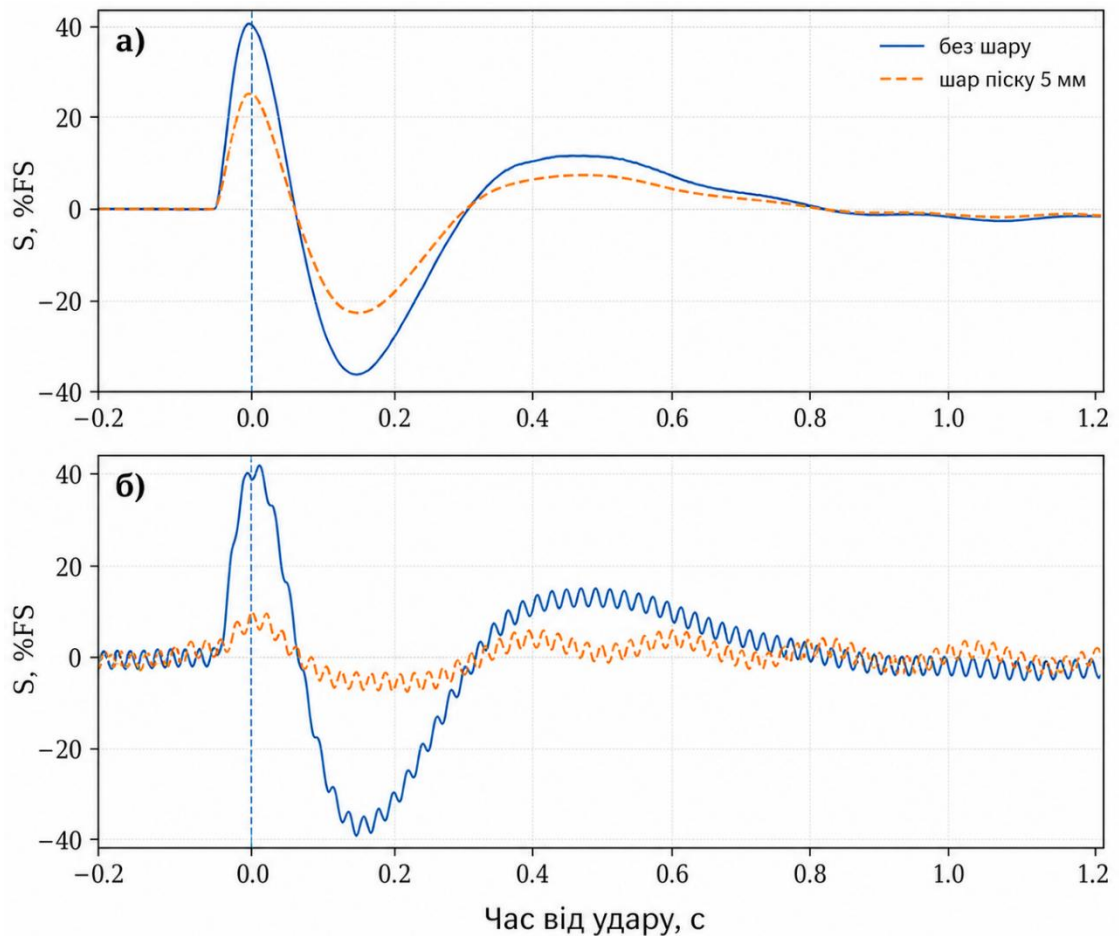


Рисунок 4.6 – Характерні фрагменти ударної серії T5→T5 при $h=25$ см: а – грохот вимкнений; б – грохот увімкнений

Джерело: розроблено автором.

У вимкненому стані фоновий рівень до удару є малим, тому перший імпульс чітко відокремлюється від нульової ділянки сигналу. У працюючому режимі удар накладається на сталі коливання грохота, тому головним є не тільки абсолютний пік, а й форма перехідного процесу відносно фону. На рис. 4.6 видно, що шар піску зменшує різкість і розмах початкового контактного відгуку; кількісно цей ефект підтверджується середніми значеннями в табл. 4.3.

Для наочності на рис. 4.6 використано характерні фрагменти, у яких найкраще видно фізичну різницю між жорстким контактом без шару і податливим контактом через пісок. Кількісне порівняння при цьому не

обмежується вибраними фрагментами, а виконується за повною сукупністю повторів, наведених у табл. 4.3 і 4.4.

Таблиця 4.3

Узагальнені результати ударної серії T5→T5 при $h = 25$ см

Стан	Шар	n	$S_{p-p,ст}$, %	S_{imp} , %	V_{imp} , %	S_{imp} , мм	$S_{p-p,post}$, %	$t_{стаб}$, с
вимкнений	без шару	4	1,03	64,63	20,77	9,14	22,73	1,34
вимкнений	шар піску 5 мм	4	0,82	58,71	12,27	8,30	21,51	1,48
увімкнений	без шару	4	5,76	67,93	18,69	9,60	26,55	1,34
увімкнений	шар піску 5 мм	4	9,50	34,51	38,10	4,88	14,47	0,66

Джерело: розроблено автором.

У табл. 4.3 прийнято такі позначення: n — кількість повторів у відповідному режимі; $S_{p-p,ст}$ — розмах фоновому сигналу до удару; $S_{p-p,imp}$ — середній розмах першого контактного імпульсу; V_{imp} — коефіцієнт варіації розмаху першого імпульсу; $S_{p-p,post}$ — розмах післяударної ділянки затухання; $t_{стаб}$ — час повернення сигналу до рівня, близького до фоновому або сталого режиму. Значення у міліметрах отримано шляхом перерахунку відсоткового сигналу за коефіцієнтом тарування $k = 0,1414$ мм/%.

На рис. 4.7 результати табл. 4.3 подано у вигляді двох графічних зіставлень: а — середній розмах першого контактного імпульсу; б — розмах післяударної ділянки затухання. Порядок режимів на графіку відповідає порядку рядків у табл. 4.3.

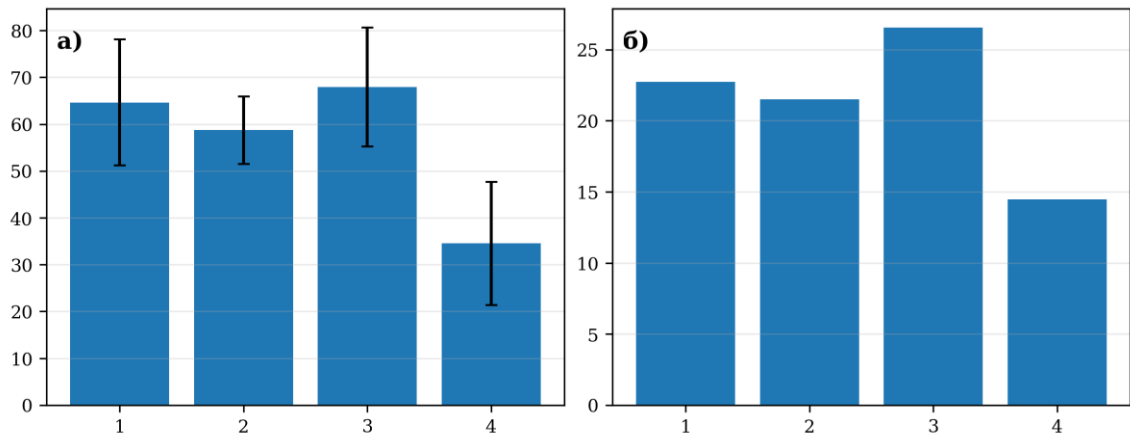


Рисунок 4.7 – Показники ударної серії T5→T5 при h=25 см: а – перший імпульс; б – післяударний розмах

Джерело: розроблено автором.

Для удару без проміжного шару середній розмах першого імпульсу становив 64,63 % у вимкненому стані та 67,93 % в увімкненому стані. За наявності шару піску відповідні значення становили 58,71 % і 34,51 %. Отже, найбільш виражене зниження першого імпульсу спостерігається саме у працюючому режимі грохота, коли удар накладається на сталий віброрух.

Показник $S_{p-p,ст}$ у табл. 4.3 використовується лише як характеристика фону перед ударом і не є критерієм демпфувальної дії шару. Фоновий рівень може змінюватися через місце встановлення датчика, фазу роботи грохота, локальну масу шару та налаштування запису. Тому основний висновок щодо впливу проміжного шару робиться за показниками $S_{p-p,imp}$ і $S_{p-p,post}$, які безпосередньо описують ударну та післяударну частини процесу.

Первинні показники окремих реалізацій наведено у табл. 4.4. Ця таблиця показує, що висновок не ґрунтується на одиничному випадковому піку, а отриманий на основі повторних реалізацій для кожного режиму.

Наявність окремих реалізацій, у яких значення з шаром піску наближається до режиму без шару, не суперечить загальному висновку. Удар через сипкий шар є контактним процесом зі змінною локальною структурою:

шар може бути більш ущільненим або більш розпушеним, а момент удару може припадати на різну фазу фонового віброруху. Тому остаточний висновок сформовано не за одним піком, а за середніми значеннями та порівнянням форми сигналу.

Таблиця 4.4

Первинні показники окремих ударних реалізацій T5→T5, h = 25 см

Стан	Шар	№	$S_{p-p,ct}$, %	$S_{p-p,imp}$, %	$S_{p-p,post}$, %	$t_{стаб}$, с
вимкнений	без шару	1	0,65	77,67	26,58	1,53
вимкнений	без шару	2	1,18	69,01	24,16	1,52
вимкнений	без шару	3	1,16	45,92	16,51	0,79
вимкнений	без шару	4	1,14	65,91	23,67	1,53
вимкнений	шар піску	1	0,52	59,80	22,42	1,53
вимкнений	шар піску	2	0,85	48,98	17,36	1,33
вимкнений	шар піску	3	0,79	59,68	21,45	1,51
вимкнений	шар піску	4	1,12	66,38	24,81	1,53
увімкнений	без шару	1	5,62	56,66	22,33	0,76
увімкнений	без шару	2	6,09	83,43	32,22	1,55
увімкнений	без шару	3	5,78	58,48	24,62	1,53

увімкнений	без шару	4	5,55	73,14	27,04	1,54
увімкнений	шар піску	1	7,64	18,19	13,20	0,64
увімкнений	шар піску	2	7,33	40,20	15,29	0,70
увімкнений	шар піску	3	11,23	30,79	11,82	0,63
увімкнений	шар піску	4	11,80	48,85	17,55	0,65

Джерело: розроблено автором.

4.7. Вплив проміжного шару сипкого матеріалу

Одним із ключових завдань експерименту є оцінювання впливу проміжного шару сипкого матеріалу на ударний відгук робочої поверхні. У дослідях використано шар піску середньої фракції товщиною приблизно 5 ± 1 мм, локалізований у зоні удару обмежувачем діаметром 103 мм. Табл. 4.5 показує, як змінюються перший імпульс і післяударна ділянка за наявності шару піску.

Для кількісної оцінки демпфувальної дії проміжного шару сипкого матеріалу визначалося відносне зниження розмаху ударного відгуку. Окремо оцінювали зниження першого контактного імпульсу та зниження післяударної ділянки затухання, оскільки ці показники характеризують різні складові нестационарного процесу: початкову контактну взаємодію та подальшу коливальну реакцію робочої поверхні.

Відносне зниження першого контактного імпульсу визначалося за формулою:

$$\eta_{imp} = \frac{S_{p-p,imp}^{без} - S_{p-p,imp}^{шар}}{S_{p-p,imp}^{без}} \cdot 100\%, \quad (4.11)$$

а відносне зниження післяударного розмаху — за формулою:

$$\eta_{post} = \frac{S_{p-p,post}^{без} - S_{p-p,post}^{шар}}{S_{p-p,post}^{без}} \cdot 100\%. \quad (4.12)$$

У табл. 4.5 значення η_{imp} та η_{post} використано для порівняння режимів без шару і з шаром піску за однакових умов удару. Такий підхід дозволяє оцінити не абсолютний рівень сигналу, а саме зміну ударного відгуку, спричинену появою проміжного сипкого шару.

Таблиця 4.5

Зниження ударного відгуку за наявності шару піску

Стан	$S_{p-p,imp}^{без}$ %	$S_{p-p,imp}^{шар}$ %	η_{imp} %	$S_{p-p,post}^{без}$ %	$S_{p-p,post}^{шар}$ %	η_{post} %
вимкнений	64,63	58,71	9,16	22,73	21,51	5,37
увімкнений	67,93	34,51	49,20	26,55	14,47	45,52

Джерело: розроблено автором.

Шар піску не слід трактувати як елемент, який просто “гасить” увесь рух грохота. Його дія полягає у зміні контактної взаємодії: замість жорсткого короткочасного контакту металевих ударного тіла з металевою робочою поверхнею формується більш податливий контакт, у якому частина енергії витрачається на ущільнення, переміщення та внутрішнє тертя частинок матеріалу.

За результатами обробки шар піску зменшив середній розмах першого імпульсу на 9,16 % у вимкненому стані та на 49,20 % в увімкненому стані

грохота. Для післяударної ділянки зниження становило відповідно 5,37 % і 45,52 %. Отримані значення η не слід трактувати як універсальну сталу демпфування для будь-якого сипкого шару; вони характеризують конкретні умови досліду: масу ударного тіла 0,25 кг, висоту падіння 25 см, товщину шару близько 5 мм і прийнятий режим роботи грохота.

Фізично такий результат пояснюється тим, що у вимкненому стані переважає одиничний контакт металевого тіла з робочою поверхнею, тоді як у працюючому режимі контакт відбувається на фоні сталих коливань. У цьому випадку шар піску одночасно змінює локальну жорсткість контакту і взаємодіє з уже рухомою поверхнею, тому вплив на перший імпульс і післяударну ділянку стає виразнішим.

4.8. Передавання ударного збурення по робочій поверхні

Для оцінювання просторового передавання ударного збурення виконано контрольні досліди, у яких датчик залишався у точці T5, а удар прикладався поблизу точок T2 або T8. Усі ці записи виконано на увімкненому грохоті, тобто передавання локального імпульсу оцінювалося на фоні сталого віброруху. Узагальнені значення наведено у табл. 4.6.

Для зіставлення використано безрозмірний показник передавання ударного імпульсу до центральної точки T5. Він визначається як відношення розмаху першого імпульсу, зареєстрованого у T5 при ударі у довільній точці x , до розмаху першого імпульсу при прямому ударі у T5:

$$K_{T5} = \frac{S_{imp}(x \rightarrow T5)}{S_{imp}(T5 \rightarrow T5)} \quad (4.13)$$

де K_{T5} — безрозмірний показник передавання ударного імпульсу до центральної контрольної точки T5; $S_{imp}(x \rightarrow T5)$ — розмах першого імпульсу,

зареєстрований у T5 при ударі в точці x; $S_{imp}(T5 \rightarrow T5)$ — розмах першого імпульсу при прямому ударі у T5. Для прямого удару T5→T5 цей показник дорівнює 1,00, а для віддалених ударів характеризує відносний рівень переданого збурення.

Таблиця 4.6

Передавання ударного збурення до контрольної точки T5

Схема	n	$S_{p-p,ст},$ %	$S_{imp \text{ у } T5},$ %	K_{T5}	$S_{post},$ %	$t_{стаб}, c$
T2→T5	3	5,96	56,43	0,83	22,91	1,03
T5→T5	4	5,76	67,93	1,00	26,55	1,34
T8→T5	2	6,46	37,01	0,54	16,37	0,77

Джерело: розроблено автором.

Досліди T2→T5 і T8→T5 виконують верифікаційну функцію для просторової частини моделі. Їх завдання полягає в тому, щоб встановити, чи локальний удар, прикладений поза центральною точкою, формує вимірюваний відгук у T5. Саме ця ознака перевіряє доцільність уведення координати прикладання ударного навантаження до розрахункової схеми.

Середній розмах відгуку у T5 становив 56,43 % при ударі поблизу T2, 67,93 % при прямому ударі у T5 та 37,01 % при ударі поблизу T8. У відносному вигляді це відповідає коефіцієнтам передавання 0,83 та 0,54 для зон T2 і T8 відносно прямого удару T5→T5. Отже, локальний удар не залишається ізольованим у зоні прикладання, а передається через робочу поверхню до центральної частини короба з інтенсивністю, що залежить від положення зони контакту.

Для інтерпретації цих результатів принципово важливо, що відгуки T2→T5 і T8→T5 є переданими, а не локальними. Їх менший рівень порівняно з T5→T5 є фізично очікуваним наслідком просторового поширення імпульсу

по пружно опертій конструкції. Тому показник передавання у табл. 4.6 слід розглядати як експериментальний критерій впливу координати удару.

Оскільки кількість повторів для серій $T2 \rightarrow T5$ і $T8 \rightarrow T5$ менша, ніж для центральної серії $T5 \rightarrow T5$, ці результати використано як контрольну ознаку просторового передавання збурення, а не як основу для побудови повної карти ударного поля робочої поверхні.

4.9. Узгодження експерименту з математичною моделлю

Зіставлення експериментальних результатів із математичною моделлю виконувалося за верифікаційними ознаками, які безпосередньо впливають із розрахункової постановки: робоча частота вимушеного руху, наявність окремого ударного імпульсу, післяударне затухання, просторове передавання збурення та зміна контактних умов за наявності шару матеріалу. Для кожної ознаки використано кількісний показник, який пов'язує експериментальний прояв із відповідним положенням розрахункової схеми.

У результаті зіставлення встановлено такі відповідності: фактична частота сталого режиму 49,23–49,33 Гц підтверджує сумірність експерименту з робочим вимушеним збудженням; просторовий розподіл розмаху 11,30–28,57 % обґрунтовує вибір $T5$ як базової контрольної точки; перший імпульс у працюючому режимі при $h = 25$ см підтверджує необхідність виділення ударної складової окремо від фонового віброруху; зниження першого імпульсу шаром піску на 49,20 % і післяударного розмаху на 45,52 % доводить вплив контактних умов; коефіцієнти передавання 0,83 для $T2 \rightarrow T5$ і 0,54 для $T8 \rightarrow T5$ підтверджують необхідність урахування координати прикладання удару; робочий характер тарування зумовлює використання відносних критеріїв як основних для верифікації.

Узгодження виконувалося не за формальним збігом окремих абсолютних амплітуд, оскільки вимірювальний тракт має робоче, а не метрологічно атестоване абсолютне тарування. Тому основними критеріями прийнято відносні та структурні показники процесу: частоту сталого режиму, відношення ударного імпульсу до фоновому рівня, коефіцієнт зниження відгуку за наявності шару піску, коефіцієнт просторового передавання імпульсу та час повернення сигналу до сталого режиму.

Отримані результати показують, що лабораторна фізична модель відтворює головні складові процесу, прийняті в математичній моделі: частота сталого режиму становить 49,23–49,33 Гц; у точці T5 ударний імпульс у працюючому режимі перевищує фоновий розмах приблизно у 11,8 раза; шар піску товщиною близько 5 мм зменшує перший імпульс у працюючому режимі на 49,20 %; віддалені удари T2→T5 і T8→T5 передають до центральної точки відповідно 83 % і 54 % рівня прямого удару. Саме ці кількісні ознаки становлять експериментальну основу для використання моделі в подальшому аналізі.

Експериментальна перевірка у цьому розділі виконувала верифікаційну функцію. Її призначення полягало у встановленні того, чи проявляються в реальній пружно опертій системі ті самі фізичні ознаки, які були покладені в основу математичної моделі: вимушений сталий рух, локальний ударний імпульс, післяударне затухання, вплив координати прикладання удару та зміна контактної взаємодії за наявності шару сипкого матеріалу. Тому експериментальні результати оцінювалися не як самостійний опис роботи стенда, а як система критеріїв перевірки прийнятої розрахункової схеми.

4.10. Межі достовірності результатів

Достовірність отриманих результатів забезпечено поєднанням трьох рівнів контролю: таруванням вимірювального каналу, просторовою

перевіркою сталого режиму в дев'яти контрольних точках та повторними ударними серіями для ключових режимів. Така структура дає підстави розглядати експеримент як систему перевірки прийнятих положень моделі.

Повторюваність ударних дослідів оцінювалася за середнім значенням, стандартним відхиленням і коефіцієнтом варіації розмаху першого імпульсу. Розкид між окремими повторами пояснюється фазою коливань у момент контакту, неідеальною повторюваністю місця падіння, нахилом ударного тіла та можливим першим відскоком.

Для висоти 10 см реакція у частині реалізацій була близькою до фонового рівня, тому цей режим доцільно використовувати як нижню межу інтенсивності ударного навантаження. Для висоти 50 см без проміжного шару можливе наближення сигналу до межі вимірювального каналу, тому цей режим не слід використовувати як основний для точного кількісного порівняння. Основна кількісна верифікація виконана за серією $h = 25$ см, де сигнали зберігають інформативну форму і містять достатню кількість повторів.

Зв'язок експерименту з ідеєю зменшення динамічної передачі на основу полягає в тому, що досліджувалася не окрема жорстко закріплена балка, а пружно опертий короб з реальним віброзбудженням. Саме така схема дозволяє оцінити, як сталий віброрух, локальний удар і проміжний шар матеріалу спільно формують навантаження елементів грохота.

Таким чином, межі достовірності результатів визначаються прийнятою лабораторною постановкою: абсолютні переміщення мають оціночний характер, однак порівняння між режимами виконано при незмінному вимірювальному тракті, однаковій масі ударного тіла, однаковій висоті падіння $h = 25$ см і однаковому способі виділення першого імпульсу. Саме тому основні висновки сформульовано за відносними показниками, які є найбільш стійкими для інтерпретації впливу проміжного шару, режиму роботи грохота та координати удару.

4.11. Висновки до розділу 4

1. У розділі виконано експериментальну верифікацію динамічної моделі грохота не за окремою локальною балковою схемою, а на лабораторній фізичній моделі з пружно опертою робочою системою, віброзбудженням, реальною робочою поверхнею та вимірювальним трактом на основі датчика КД-35 і апаратури Robotron. Така постановка дала змогу перевірити не тільки наявність ударного імпульсу, а й взаємодію сталого віброруху, пружного опирання, координати удару та контактної податливості проміжного шару.

2. Експериментально підтверджено відповідність фактичного сталого режиму лабораторної моделі прийнятій розрахунковій постановці вимушеного руху. Робоча частота в контрольних точках T1–T9 становила 49,23–49,33 Гц, що узгоджується з номінальною частотою віброзбуджувача 50 Гц. При цьому розмах сталих коливань змінювався по робочій поверхні, а найбільше значення було зафіксовано в точці T5, що обґрунтовує її вибір як базової точки для аналізу ударного нестационарного режиму.

3. Доведено, що локальний удар по робочій поверхні формує окрему нестационарну складову, яка не може бути оцінена лише за параметрами сталого віброруху. При падінні тіла масою 0,25 кг з висоти 25 см у працюючому режимі середній розмах першого імпульсу в T5 становив 67,93 %, що приблизно у 11,8 раза перевищує фоновий розмах перед ударом. Це підтверджує необхідність окремого врахування ударного імпульсу та післяударного затухання в математичній моделі й інженерній методиці.

4. Встановлено, що проміжний шар сипкого матеріалу істотно змінює контактну взаємодію між ударним тілом і робочою поверхнею. Шар піску товщиною 5 ± 1 мм зменшив середній розмах першого імпульсу у працюючому режимі з 67,93 до 34,51 %, тобто на 49,20 %, а післяударний розмах — на 45,52

%. Отже, шар матеріалу є фізичним чинником, який змінює жорсткість контакту, розсіювання енергії та характер перехідного процесу.

5. Контрольні досліди з прикладанням удару в зонах T2 і T8 при реєстрації відгуку в T5 підтвердили просторове передавання локального збурення через робочу поверхню. Коефіцієнт передавання становив 0,83 для $T2 \rightarrow T5$ і 0,54 для $T8 \rightarrow T5$ відносно прямого удару $T5 \rightarrow T5$. Це означає, що координата прикладання ударного навантаження є самостійним параметром нестационарного процесу і повинна враховуватися під час побудови розрахункової схеми та вибору контрольних зон грохота.

6. Отримані експериментальні результати підтвердили фізичну коректність прийнятої моделі в межах лабораторної постановки: модель правильно відображає поділ процесу на сталий вимушений рух, короткочасний ударний імпульс, післяударне затухання, просторове передавання збурення та зміну контактних умов за наявності шару матеріалу. Оскільки абсолютне тарування вимірювального каналу має робочий характер, основним результатом експерименту є не метрологічне визначення абсолютних переміщень, а підтвердження відносних критеріїв ударного відгуку, придатних для подальшого обґрунтування параметрів грохота-перевантажувача.

РОЗДІЛ 5. ІНЖЕНЕРНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ПРОЄКТУВАННЯ ГРОХОТІВ- ПЕРЕВАНТАЖУВАЧІВ

У попередніх розділах дисертаційної роботи послідовно розв’язано три взаємопов’язані задачі: виконано аналіз конструктивних рішень і сучасних підходів до дослідження вібраційних грохотів-перевантажувачів; розроблено математичну модель врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача; досліджено стаціонарні, пускові та нестаціонарні ударні режими його роботи; експериментально перевірено ударно-затухаючий відгук лабораторної фізичної моделі грохота. Таким чином, розділ 5 переводить результати математичного моделювання, чисельного аналізу та експериментальної верифікації у систему інженерних рекомендацій щодо вибору параметрів грохота-перевантажувача.

Метою розділу є формування науково обґрунтованої методики вибору технологічних, конструктивних і динамічних параметрів врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача та розроблення практичних рекомендацій щодо зменшення динамічних навантажень у нестаціонарних режимах. На відміну від традиційного підходу, у якому параметри вібраційної машини вибирають переважно за продуктивністю, амплітудою та частотою коливань, у цій роботі додатково враховано ударну взаємодію великогабаритного шматка матеріалу з робочою поверхнею грохота, фазове узгодження елементів врівноваженої системи, вплив податливості опор і демпфувальну дію проміжного шару сипкого матеріалу.

Для формування методики використано кілька груп джерел. Роботи з проєктування та експлуатації обладнання для грохочення і переробки мінеральної сировини використано як загальну технологічну базу інженерного проєктування [81–82]. Класичні положення теорії коливань, удару та віброзахисту застосовано для обґрунтування динамічних критеріїв і

параметрів пружної системи [83–85]. Нормативні джерела з оцінювання вібрації, контролю обертових вузлів приводу та монтажу акселерометрів використано для формування вимог до перевірки динамічного стану системи [86–88]. Довідкові й методичні матеріали з віброізоляції гумовими елементами використано для уточнення рекомендацій щодо пружної системи [89–91]. Сучасні дослідження важконавантажених вібраційних грохотів застосовано для порівняння запропонованих конструктивних і динамічних рішень [92–93]. Джерела цього розділу підібрано таким чином, щоб не дублювати список використаних джерел попередніх розділів, а доповнити їх саме інженерно-проектною базою. Методична логіка розділу наведена в табл. 5.1.

Таблиця 5.1

Методична база формування інженерних рекомендацій розділу 5

Група положень	Що використовується в розділі 5	Зв'язок із попередніми розділами
Технологічні вихідні дані та обмеження	задана пропускна здатність, гранулометричні умови, ширина конвеєра, вимоги до формування шару матеріалу	пов'язано з конструктивним призначенням грохота-перевантажувача, обґрунтованим у розділі 1
Динамічна модель системи	маси, жорсткості, демпфування, узагальнені координати, фазове узгодження колосників	безпосередньо базується на математичній моделі розділу 2
Режими роботи	стаціонарний режим, пуск, ударне збурення, відновлення робочого руху	використовує результати чисельного аналізу розділу 3
Експериментальна верифікація	критерії S_{p-p} , P_{p-p} , K_{p-p} , q_{p-p} , η_{p-p}	базується на результатах розділу 4

Група положень	Що використовується в розділі 5	Зв'язок із попередніми розділами
Практичні рекомендації	вибір ексцентрикового приводу, пружних опор, демпфування, шару підсипки та моніторингу	формує прикладний результат дисертаційного дослідження

Джерело: розроблено автором.

Таким чином, розділ 5 побудовано як послідовний перехід від теоретичних і експериментальних результатів до інженерної методики. Спочатку задаються вихідні технологічні обмеження та геометрія робочої поверхні, далі обґрунтовуються параметри ексцентрикового приводу і пружної системи, після чого формуються рекомендації щодо зменшення динамічних навантажень та практичного використання результатів дослідження.

5.1. Методика інженерного розрахунку грохота

5.1.1. Загальна структура методики

Інженерний розрахунок врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача доцільно виконувати не як одиничний підбір амплітуди або частоти, а як послідовність взаємопов'язаних перевірок. Це пояснюється тим, що така машина одночасно виконує декілька функцій: транспортує матеріал, відокремлює дрібну фракцію, формує захисну підсипку на стрічці конвеєра, знижує ударну дію великогабаритних шматків і повинна зберігати врівноважений коливальний режим.

Розрахунок пропонується виконувати у п'ять етапів:

- 1) встановлення технологічних вихідних даних;
- 2) попередній вибір геометричних параметрів робочої поверхні;

- 3) вибір амплітудно-частотного режиму;
- 4) вибір кінематичних параметрів ексцентрикового приводу та розрахунок пружної системи;
- 5) перевірка стаціонарного, пускового та ударного режимів за математичною моделлю й експериментально обґрунтованими критеріями.

Запропонована послідовність має ітераційний характер. Якщо за результатами динамічної або ударної перевірки отримано перевищення допустимого рівня відгуку, необхідно повернутися до попередніх етапів і уточнити геометрію робочої поверхні, параметри збудження, жорсткість опор або умови формування проміжного шару дрібної фракції.

Основні вихідні дані, необхідні для інженерної перевірки грохота-перевантажувача, наведено в табл. 5.2.

Таблиця 5.2

Група даних	Позначення	Зміст параметра	Джерело отримання
Технологічна вимога	Q	задана пропускна здатність перевантажувального вузла	технічне завдання або окремий технологічний розрахунок
Матеріал	$\rho, d_{\max}, \chi_{\text{др}}$	насипна густина, максимальна крупність, частка дрібної фракції	дані кар'єру або дробильно-сортувального комплексу
Конвеєр	$B_{\text{стр}}, v_{\text{стр}}$	ширина та швидкість руху стрічки	паспорт конвеєра
Ударне навантаження	m_i, h_i, E_i	маса шматка, висота падіння, енергія удару	розрахунок за найгіршим очікуваним режимом

Група даних	Позначення	Зміст параметра	Джерело отримання
Робоча поверхня	B, L, b, n	ширина, довжина, зазор між колосниками, кількість колосників	попереднє компонування
Динамічна система	m_j, J_j, k_j, c_j	маси, моменти інерції, жорсткості й демпфування	розрахунок за розділом 2
Ексцентрикний привід	M_d, ω, ψ_j	радіус ексцентриситету, кутова швидкість, фазові кути	розрахунок і вибір ексцентрикного приводу
Критерії перевірки	$P_{p-p}, K_{p-p}, q_{p-p}, \eta_{p-p}$	нормовані показники ударного відгуку	результати розділу 4

Джерело: розроблено автором.

У межах цієї дисертаційної роботи методика сформована так, щоб продуктивність і характеристики матеріалу задавалися як вихідні технологічні умови, а основний розрахунковий акцент був спрямований на вибір динамічних параметрів, ударну стійкість і збереження врівноваженого режиму.

5.1.2. Вибір технологічних вихідних даних і обмежень

На першому етапі визначають призначення грохота-перевантажувача: робота в зоні перевантаження на стрічковий конвеєр, попереднє відокремлення дрібної фракції, захист стрічки від ударів великих шматків або виконання функції живильника. Саме призначення визначає допустимий кут нахилу робочої поверхні, вимоги до шару підсипки та інтенсивність вібраційного переміщення матеріалу.

Кут нахилу робочої поверхні α вибирають таким, щоб матеріал переміщувався під дією коливального руху, але без неконтрольованого самовільного скочування. Для грохотів-перевантажувачів, які працюють у зоні

перевантаження на конвеєр, доцільно приймати порівняно помірні кути нахилу. У першому наближенні для таких машин можна використовувати діапазон:

$$\alpha = 12 \dots 20^\circ. \quad (5.1)$$

Якщо конструкція встановлюється в умовах обмеженої висоти або має працювати як інтенсивний живильник, кут нахилу може бути збільшений, однак у цьому випадку необхідно окремо перевіряти швидкість руху матеріалу, висоту шару та ударну взаємодію на виході з робочої поверхні.

Кут напрямку коливань β визначає співвідношення вертикальної та горизонтальної складових руху матеріалу. Для попереднього інженерного вибору при малих і середніх кутах нахилу робочої поверхні можна приймати:

$$\beta = 25 \dots 35^\circ. \quad (5.2)$$

Зі збільшенням кута нахилу α значення β доцільно зменшувати, оскільки надмірна вертикальна складова прискорення збільшує інтенсивність відриву матеріалу від поверхні та може підсилювати ударну дію на колосники.

Режим руху матеріалу задають коефіцієнтом режиму:

$$\Gamma = \frac{A\omega^2}{g}, \quad (5.3)$$

де A – амплітуда коливань контрольної точки робочої поверхні; ω – кутова частота збудження; g – прискорення вільного падіння.

Для напрямлених коливань більш інформативним є коефіцієнт нормального прискорення:

$$\Gamma_n = \frac{A\omega^2 \sin(\alpha + \beta)}{g \cos \alpha}. \quad (5.4)$$

Звідси за заданими Γ_n , A , α і β попередня робоча частота визначається як:

$$\omega = \sqrt{\frac{\Gamma_n g \cos \alpha}{A \sin(\alpha + \beta)}}. \quad (5.5)$$

Формули (5.3)–(5.5) використовують лише для попереднього вибору. Остаточне уточнення режиму виконується шляхом чисельного моделювання за системою рівнянь розділу 2, оскільки реальна конструкція має декілька зв'язаних ступенів вільності, протифазне збудження колосників і пускові перехідні процеси.

У межах цієї дисертаційної роботи продуктивність грохота-перевантажувача не визначається як самостійний розрахунковий результат. Вона приймається як вихідна технологічна вимога або як результат окремого технологічного проектування перевантажувального вузла. Це важливо, оскільки основна задача роботи полягає не у побудові повної технологічної методики розрахунку продуктивності, а в обґрунтуванні динамічних параметрів врівноваженої системи та її поведінки в нестационарних ударних режимах.

Тому на цьому етапі до вихідних технологічних обмежень доцільно відносити задану пропускну здатність перевантажувального пункту, гранулометричний склад матеріалу, насипну густину, допустиму крупність шматків, ширину і швидкість конвеєрної стрічки, а також вимоги до формування шару дрібної фракції. Ці параметри визначають габарити і компонування робочої поверхні, але не підміняють динамічну перевірку конструкції.

Для попереднього компонування робочої поверхні ширину грохота узгоджують із шириною приймальної стрічки конвеєра, довжину — з необхідним часом перебування матеріалу на колосниковій поверхні, а зазор між колосниками — з допустимою крупністю фракції, яка повинна пройти у підгрохотний простір і сформувати підсипку. Остаточна придатність такого компонування перевіряється за динамічними критеріями: амплітудою сталого режиму, відстройкою від резонансних зон, стійкістю фазового узгодження та реакцією на ударне збурення.

Якщо для конкретного промислового об'єкта необхідно визначати фактичну продуктивність, це має виконуватися за окремою технологічною методикою з урахуванням властивостей матеріалу, режиму подачі, вологості, крупності, відкритої площі робочої поверхні та умов роботи конвеєра. У цій дисертації такі розрахунки розглядаються як вихідні або допоміжні щодо основної динамічної задачі.

Отже, технологічний блок розділу 5 використовується для задання вихідних умов проєктування, а не для самостійного розрахунку продуктивності. Головний інженерний результат полягає у перевірці того, чи забезпечує задана конструктивна схема стійкий коливальний режим, зменшення ударного відгуку та допустиме затухання перехідного процесу після падіння великогабаритного шматка матеріалу.

5.1.3. Урахування ударного навантаження

Результати розділів 3 і 4 показали, що для грохота-перевантажувача недостатньо перевірити лише усталені коливання. Необхідно окремо оцінювати нестационарну ударну складову, яка виникає внаслідок падіння великогабаритного шматка матеріалу на робочу поверхню грохота. Інтенсивність удару в інженерному розрахунку задають енергією:

$$E_i = m_i g h_i, \quad (5.12)$$

а швидкість перед контактом – залежністю:

$$v_i = \sqrt{2gh_i}. \quad (5.13)$$

Для порівняння різних ударних режимів використовується нормована енергія:

$$e_i = \frac{E_i}{E_{\text{ет}}} = \frac{m_i g h_i}{m_{\text{ет}} g h_{\text{ет}}}. \quad (5.14)$$

У розділі 4 основну кількісну серію виконано при падінні металевого тіла масою 0,25 кг з висоти 25 см у зоні Т5. У проєктному розрахунку еталонний режим слід приймати як найбільшу очікувану або найбільш небезпечну енергію удару для заданих умов експлуатації.

Основним критерієм ударного відгуку в дисертаційній роботі прийнято розмах першого контактного імпульсу та його нормовані відносні показники:

$$P_{p-p,i} = \frac{S_{p-p,i}}{S_{p-p,\text{ет}}}, \quad (5.15)$$

де розмах першого контактного імпульсу характеризує початкову ударну реакцію робочої поверхні, а еталонне значення для нормування приймається за прямим ударом у контрольній точці Т5 у зіставному режимі. Для основної експериментальної серії розділу 4 найбільший розмах першого імпульсу зафіксовано для режиму Т5→Т5 без проміжного шару на увімкненому грохоті.

Для оцінювання просторового передавання ударного збурення використовується безрозмірний показник передавання до центральної контрольної точки T5:

$$K_{T5} = \frac{S_{imp}(x \rightarrow T5)}{S_{imp}(T5 \rightarrow T5)} \quad (5.16)$$

За результатами розділу 4 удари, прикладені у віддалених зонах T2 і T8, реєструються у центральній точці T5 з меншим розмахом порівняно з прямим ударом T5→T5. Це підтверджує просторове передавання локального ударного збурення по пружно опертій робочій системі та обґрунтовує необхідність урахування координати прикладання удару в інженерному аналізі.

Для оцінювання проміжного шару сипкого матеріалу використовується:

$$q_{p-p} = \frac{S_{p-p, \text{шар}}}{S_{p-p, 0}}, \quad \eta_{p-p} = (1 - q_{p-p}) \cdot 100\%. \quad (5.17)$$

де розмах першого контактного імпульсу без шару порівнюється з відповідним значенням за наявності проміжного шару сипкого матеріалу при тих самих умовах удару. За результатами експериментальної перевірки шар піску товщиною близько 5 мм зменшив середній розмах першого імпульсу на 9,16 % у вимкненому стані та на 49,20 % в увімкненому стані грохота. Ці значення не слід механічно переносити на повнорозмірну конструкцію як готову товщину шару; вони показують напрям інженерного рішення: наявність контактно-податливого шару дрібної фракції істотно зменшує розмах початкового ударного імпульсу. У проєктному розрахунку ці результати слід використовувати як критерій напряму оптимізації, а не як безпосередній масштабний перерахунок товщини шару.

5.1.4. Критерії прийнятності проєктних параметрів

Параметри грохота-перевантажувача слід вважати прийнятними лише тоді, коли одночасно виконуються технологічні, динамічні, ударні та експлуатаційні умови. Узагальнені критерії наведено в табл. 5.3.

Таблиця 5.3

Критерії прийнятності параметрів грохота-перевантажувача

Група критеріїв	Розрахункова умова	Зміст перевірки
Технологічна вимога	$Q_{\phi} \geq Q_{\text{зад}}$	задана пропускна здатність приймається як вхідне обмеження для компоновання робочої поверхні
Формування підсіпки	$H_{\text{підс}} \geq H_{\text{min}}$	шар дрібної фракції повинен знижувати ударну дію на стрічку
Робоча амплітуда	$A_{\text{роб}} \leq A_{\text{доп}}$	амплітуда не повинна перевищувати допустиму для опор і привода
Відстройка від резонансу	$\frac{ f - f_j }{f_j} \geq \Delta_f$	робоча частота має бути віддалена від небезпечних власних частот
Врівноваження	$m_2 \approx m_1 + m_3,$ $J_2 \approx J_1 + J_3$	інерційні параметри середнього колосника узгоджені з крайніми
Фазове узгодження	$\psi_2 - \psi_1 \approx \pi, \psi_2 - \psi_3 \approx \pi$	середній і крайні колосники працюють у протифазі
Ударна стійкість	$y_{\text{max}} \leq y_{\text{доп}},$ $\varphi_{\text{max}} \leq \varphi_{\text{доп}}$	після удару не виникають недопустимі переміщення і кути повороту
Затухання	$t_{\text{зат}} \leq t_{\text{доп}}$	перехідний процес повинен затухати за допустимий час
Зниження ударного відгуку	$K_{p-p} < 1$ або $\eta_{p-p} > 0$	конструктивний захід повинен зменшувати розмах першого імпульсу

Джерело: розроблено автором.

Наведені критерії показують, що прийнятність проєктного рішення не може оцінюватися тільки за продуктивністю. Для врівноваженого грохота-перевантажувача обов'язковою є одночасна перевірка технологічного руху матеріалу, динамічної стійкості коливального режиму, ударної взаємодії та експлуатаційної надійності пружної системи.

5.2. Вибір параметрів ексцентрикового приводу

5.2.1. Геометричні та кінематичні параметри ексцентрикового збудження

У досліджуваній конструкції коливальний рух робочих органів задається ексцентриковим приводом, тому основними проєктними параметрами є радіус ексцентриситету r , кутова швидкість ω , фазові кути збудження ψ_i та масово-інерційне узгодження середнього і крайніх колосників. Саме ці параметри безпосередньо відповідають розрахунковій схемі, прийнятій у розділі 2.

Радіус ексцентриситету r визначає номінальний кінематичний хід збудження, кутова швидкість ω — робочу частоту вимушених коливань, а фазові кути ψ_1, ψ_2, ψ_3 — характер взаємного руху колосників. Для врівноваженої схеми крайні колосники повинні рухатися синфазно між собою, а середній — у протифазі відносно них, що відповідає зміщенню фаз на π рад.

Тому вибір параметрів приводу у цій методиці виконується в такій послідовності: задається попередній радіус ексцентриситету, вибирається робоча кутова швидкість, встановлюються фазові співвідношення між колосниками, після чого за математичною моделлю перевіряються амплітуди сталого режиму, проходження пускового режиму, реакції на основу та відновлення протифазного руху після ударного збурення.

Такий підхід є більш коректним для власного грохота-перевантажувача, оскільки не переносить на нього методику розрахунку інерційного вібродвигуна, характерну для іншого типу вібраційних машин. У межах цієї роботи параметри обертових вузлів розглядаються з позиції кінематичного ексцентрикового збудження та збереження врівноваженого режиму.

Для попередньої оцінки амплітуди вимушених коливань еквівалентної одномасової підсистеми можна використати залежність:

$$A = \frac{F_d}{\sqrt{(k_{\text{екв}} - m_{\text{екв}} \omega^2)^2 + (c_{\text{екв}} \omega)^2}}, \quad (5.18)$$

де $k_{\text{екв}}$, $m_{\text{екв}}$, $c_{\text{екв}}$ – еквівалентні маса, жорсткість і демпфування. Наведена оцінка використовується тільки як попередня. Остаточна перевірка виконується за повною моделлю розділу 2, оскільки грохот-перевантажувач є багатомасовою системою з пов’язаними вертикальними та кутовими координатами.

5.2.2. Частота обертання

Робоча частота ексцентрикового приводу повинна забезпечувати технологічний рух матеріалу, але не збігатися з небезпечними власними частотами системи. Для одномасової оцінки власна частота визначається як:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{\text{екв}}}{m_{\text{екв}}}}. \quad (5.19)$$

Для багатомасової системи слід аналізувати набір власних частот f_j , отриманих з розрахункової моделі. Робоча частота повинна задовольняти умову відстройки:

$$\delta_f = \frac{|f - f_j|}{f_j} \geq \delta_{\text{доп}}, \quad j = 1, 2, \dots, s. \quad (5.20)$$

Додатково потрібно перевіряти проходження резонансної області під час пуску. Як показано в розділі 3, саме пусковий режим може супроводжуватися тимчасовим збільшенням амплітуд, порушенням фазового узгодження і появою додаткових реакцій на основу. Тому для промислової реалізації доцільно передбачати плавний пуск, частотне керування або програмне обмеження швидкості проходження небезпечної області.

5.2.3. Фазове узгодження та синхронізація

Для врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача ключовою умовою є протифазний рух середнього та крайніх колосників. У розрахунковій схемі це задається фазами збудження:

$$\psi_2 = \psi_1 + \pi, \quad \psi_2 = \psi_3 + \pi, \quad (5.21)$$

де індекс 2 відповідає середньому колоснику, а індекси 1 і 3 – крайнім. Для зменшення результуючої інерційної дії на основу необхідно також забезпечити масово-інерційне узгодження:

$$m_2 \approx m_1 + m_3, \quad J_2 \approx J_1 + J_3. \quad (5.22)$$

У реальній конструкції умови (5.21)–(5.22) не можуть бути виконані абсолютно точно через технологічні допуски, зношування, нерівномірне налипання матеріалу та зміну фактичної маси колосників. Тому їх слід розглядати як цільові. Після вибору попередніх параметрів виконують перевірку відсутності істотних переміщень приводного вала, збереження

протифазного режиму в усталеному русі та здатності системи відновлювати робочий режим після ударного збурення.

Якщо за результатами розрахунку зростає сумарна реакція на основу, перевірку виконують послідовно за радіусом ексцентриситету, фазовими кутами, фактичними масами колосників, жорсткістю передніх і задніх опор, а також симетрією встановлення захисних накладок або ребер жорсткості.

5.2.4. Перевірка потужності привода

Потужність привода повинна покривати втрати в механічній системі, втрати на взаємодію з матеріалом і додаткові втрати під час пуску та нестационарних режимів. Для інженерного оцінювання можна використати залежність:

$$N_{\text{дв}} \geq \frac{N_{\text{кол}} + N_{\text{мат}} + N_{\text{підш}}}{\eta_{\text{пр}}} k_N, \quad (5.23)$$

де – потужність, пов’язана з підтриманням коливань робочого органа;
– потужність, що витрачається на переміщення та розпушення матеріалу; – втрати у підшипникових вузлах; – ККД передачі; – коефіцієнт запасу. Якщо привід передає рух безпосередньо через муфту, може бути близьким до одиниці, але коефіцієнт запасу повинен враховувати нерівномірність завантаження, пускові режими та можливе збільшення опору через вологість або злежування матеріалу. Таблиця 5.4 узагальнює параметри, які необхідно перевіряти під час вибору ексцентрикового приводу.

Таблиця 5.4

Перевірочні умови вибору ексцентрикового приводу

Параметр	Розрахункова або контрольна умова	Призначення перевірки
Радіус ексцентриситету r	$r \approx \text{Азад}$	задання потрібного кінематичного ходу збудження
Частота обертання	$\delta_f \geq \delta_{\text{доп}}$	відстройка від небезпечних власних частот
Фазові кути	$\psi_2 - \psi_1 \approx \pi, \psi_2 - \psi_3 \approx \pi$	збереження врівноваженого режиму
Контроль обертових вузлів приводу	мінімізація додаткових невірноважених дій	зменшення додаткових навантажень на підшипники, вал і раму
Потужність двигуна	$N_{\text{дв}} \geq N_{\text{потр}}$	забезпечення роботи в усталеному та пусковому режимах
Пуск	обмеження часу проходження резонансної області	зменшення пускових амплітуд і реакцій на основу

Джерело: розроблено автором.

Таким чином, вибір ексцентрикового приводу у запропонованій методиці пов'язаний не лише з отриманням необхідної амплітуди коливань, а й з перевіркою фазового режиму, реакцій на основу, пускових процесів і стійкості врівноваженого руху після ударного збурення.

5.3. Розрахунок пружної системи

5.3.1. Вибір жорсткості опор

Пружна система грохота-перевантажувача повинна одночасно забезпечувати робочі коливання, обмежувати передавання динамічних сил на основу та зменшувати піковий ударний відгук. Для кожного колосника еквівалентну жорсткість у відповідному напрямку можна подати як суму жорсткостей передньої та задньої опор:

$$k_{\Sigma} = k_{\Pi} + k_{\text{з}}. \quad (5.24)$$

Якщо опори однакові:

$$k_{\Pi} = k_{\text{з}} = \frac{k_{\Sigma}}{2}. \quad (5.25)$$

Зв'язок між еквівалентною жорсткістю, масою та власною частотою системи визначається як:

$$k_{\Sigma} = m_{\text{екв}}(2\pi f_0)^2. \quad (5.26)$$

Ця залежність є зручною для попереднього вибору жорсткості: спочатку задають допустиму власну частоту f_0 , а потім визначають потрібну жорсткість опор. Водночас необхідно перевіряти статичний прогин:

$$\delta_{\text{ст}} = \frac{m_{\text{екв}}g}{k_{\Sigma}}, \quad (5.27)$$

який не повинен перевищувати допустимого значення для вибраної конструкції опор і не повинен приводити до втрати монтажного зазору.

Для врівноваженої системи важливо не лише вибрати загальний рівень жорсткості, а й забезпечити співвідношення між опорами середнього та

крайніх колосників. У першому наближенні для зменшення реакцій на основу повинна виконуватися умова:

$$k_2 \approx k_1 + k_3. \quad (5.28)$$

де k_2 – еквівалентна жорсткість опор середнього колосника; k_1 і k_3 – еквівалентні жорсткості опор крайніх колосників. Порушення цієї умови призводить до перекосу форм коливань, збільшення реакцій на раму та погіршення врівноваження.

5.3.2. Демпфувальні властивості

Демпфування визначає швидкість затухання перехідного процесу після удару. Для інженерної оцінки демпфування можна задавати через коефіцієнт відносного демпфування ζ . Еквівалентний коефіцієнт в'язкого опору визначається як:

$$c_\Sigma = 2\zeta\sqrt{k_\Sigma m_{\text{екв}}}. \quad (5.29)$$

Збільшення демпфування зменшує амплітуди перехідного процесу та скорочує час затухання, але надмірне демпфування може збільшувати передавання сил на основу та знижувати енергоефективність робочого режиму. Тому для грохота-перевантажувача демпфування слід вибирати не максимально можливим, а оптимальним: достатнім для обмеження ударної реакції, але таким, що не порушує технологічний рух матеріалу.

Передавання коливань на основу оцінюють за коефіцієнтом динамічної передавальності:

$$T = \sqrt{\frac{1 + (2\zeta r_f)^2}{(1 - r_f^2)^2 + (2\zeta r_f)^2}}, \quad r_f = \frac{f}{f_0}. \quad (5.30)$$

Для ефективної віброізоляції робоча частота повинна бути достатньо віддалена від власної частоти системи. У проєктному розрахунку небажано працювати в зоні $r_f \approx 1$, оскільки в цій області можливе резонансне підсилення коливань.

5.3.3. Забезпечення вібростійкості гумометалевих опор

Для гумових і гумометалевих елементів важливо враховувати відмінність між статичною та динамічною жорсткістю. У проєктному розрахунку бажано використовувати паспортні навантажувально-деформаційні характеристики або експериментально визначені значення динамічної жорсткості. Якщо таких даних немає, розрахунок за статичною жорсткістю слід розглядати як попередній і перевіряти дослідним шляхом.

При роботі опори на зсув відносна зсувна деформація гумового шару визначається як:

$$\gamma = \frac{\Delta x}{h_r}, \quad (5.31)$$

де Δx – відносне горизонтальне зміщення верхньої пластини опори відносно нижньої; h_r – товщина гумового шару. Напруження зсуву можна оцінити за законом:

$$\tau = G_r \gamma, \quad (5.32)$$

де G_r – модуль зсуву гуми. Еквівалентна жорсткість на зсув для простої схеми становить:

$$k_x = \frac{G_r A_r}{h_r}, \quad (5.33)$$

де A_r – площа зсуву гумового шару. Формули (5.31)–(5.33) використовують для попереднього розрахунку; у реальній конструкції необхідно враховувати нелінійність гуми, нагрівання, старіння, багатовісний напружений стан і циклічність навантаження. Для вибору пружних опор доцільно користуватися алгоритмом, наведеним у табл. 5.5.

Таблиця 5.5

Алгоритм вибору пружних опор

Крок	Зміст дії	Результат
1	Визначити масу елемента, що спирається на опори	$m_{\text{екв}}$
2	Задати допустиму власну частоту підсистеми	f_0
3	Розрахувати сумарну жорсткість	$k_{\Sigma} = m_{\text{екв}}(2\pi f_0)^2$
4	Розподілити жорсткість між передньою і задньою опорами	$k_{\text{п}}, k_{\text{з}}$
5	Перевірити статичний прогин	$\delta_{\text{ст}}$
6	Оцінити динамічну передавальність	T
7	Перевірити ударний режим	$y_{\text{мах}}, P_{p-p}, t_{\text{зат}}$
8	Скоригувати матеріал, геометрію або кількість опор	остаточна конструкція опор

Джерело: розроблено автором.

Отже, пружна система розглядається не як допоміжний вузол, а як один із головних регуляторів динамічного стану грохота-перевантажувача. Саме через жорсткість, демпфування та допустимі деформації опор забезпечується відстройка від небезпечних режимів, обмеження реакцій на основу та зменшення інтенсивності першого ударного імпульсу.

5.4. Рекомендації щодо зменшення динамічних навантажень

5.4.1. Оптимізація конструкції

Зменшення динамічних навантажень у грохоті-перевантажувачі повинно здійснюватися комплексно. Окреме збільшення жорсткості або маси не гарантує покращення, оскільки може змістити власні частоти в небажану область або збільшити інерційні сили. Тому оптимізація конструкції повинна охоплювати геометрію колосників, жорсткість опор, демпфування, фазове узгодження і умови контакту матеріалу з робочою поверхнею.

Конструктивну оптимізацію доцільно виконувати через забезпечення масово-інерційної симетрії середнього та крайніх колосників, узгодження жорсткості опор відповідно до умов врівноваження, перевірку відсутності небезпечного збігу робочої частоти з власними частотами, обмеження локальних концентрацій напружень у місцях кріплення привода, опор і колосників, забезпечення формування шару дрібної фракції в зоні передачі матеріалу на стрічку та передбачення можливості контролю фактичної амплітуди, частоти й температурного стану опор.

Для середнього колосника, який за результатами розділів 2–4 є найбільш навантаженим елементом, доцільно передбачати підвищену локальну жорсткість у зоні удару, але без надмірного збільшення маси. Збільшення маси може зменшити прискорення, проте воно також змінює умови врівноваження та вимоги до ексцентрикового привода.

5.4.2. Зниження ударних впливів

Найбільш ефективним способом зниження ударної дії є зменшення енергії контакту, яка безпосередньо передається середньому колоснику. З урахуванням результатів розділу 4 зменшення ударної дії доцільно забезпечувати зменшенням висоти падіння матеріалу на робочу поверхню, формуванням проміжного шару дрібної фракції, орієнтацією потоку так, щоб великі шматки не падали безпосередньо на жорстку частину колосника, використанням змінної геометрії робочої поверхні або напрямних елементів для розподілу удару, застосуванням зносостійких, але не надмірно жорстких накладок у зоні удару та контролем вологості й злежування матеріалу, які можуть змінювати характер контакту. У розділі 4 експериментально показано, що контактено-податливий шар сипкого матеріалу здатний істотно знижувати розмах першого ударного імпульсу. Для промислового використання це означає, що грохот-перевантажувач повинен не лише пропускати дрібну фракцію, а й формувати її достатню кількість у зоні подальшого контакту крупних шматків зі стрічкою. Товщина шару повинна визначатися не за модельним значенням 0,5 см, а за технологічними умовами повнорозмірної машини, насипною густиною матеріалу, швидкістю стрічки та допустимою ударною дією на її поверхню.

5.4.3. Підвищення ресурсу системи

Підвищення ресурсу грохота-перевантажувача забезпечується не тільки збільшенням міцності окремих елементів, а й зменшенням пікових динамічних навантажень. Для цього слід уникати роботи в резонансних зонах, забезпечувати однаковість жорсткостей парних опор, періодично контролювати стан гумових елементів і підшипникових вузлів, перевіряти

фазове узгодження після ремонту або заміни елементів привода, не допускати накопичення матеріалу на одному з колосників, використовувати плавний пуск і контроль розгону, а також фіксувати зміни амплітуди та форми сигналу як ознаку зміни технічного стану. Практично корисним критерієм контролю є не лише абсолютна амплітуда, а й зміна форми ударного відгуку. Якщо після однакового режиму завантаження збільшується S_{p-p} , зростає кількість повторних контактів або подовжується час затухання, це може свідчити про зменшення демпфування, нерівномірну жорсткість опор, послаблення кріплень або зміну умов контакту з матеріалом. У табл. 5.6 узагальнено основні рекомендації щодо зменшення динамічних навантажень.

Таблиця 5.6

Рекомендації щодо зменшення динамічних навантажень

Джерело навантаження	Рекомендований захід	Очікуваний ефект
Велика висота падіння матеріалу	зменшення перепаду висот, зміна траєкторії подачі	зменшення енергії удару E_i
Удар крупного шматка по колоснику	формування шару дрібної фракції або захисної підсипки	зменшення S_{p-p} та P_{p-p}
Нерівномірна жорсткість опор	підбір однакових опор і контроль статичного прогину	зменшення перекосів і додаткових кутових коливань
Порушення фазування	перевірка фазових кутів та синхронізації привода	відновлення врівноваженого режиму
Пускові перевантаження	частотне керування, плавний пуск	скорочення часу проходження резонансної області
Зношування гумових елементів	регламентний контроль і заміна за зміною жорсткості	стабілізація динамічної відповіді

Джерело навантаження	Рекомендований захід	Очікуваний ефект
Повторний контакт матеріалу з колосником	коригування кута нахилу, амплітуди і шару матеріалу	зменшення складності перехідного процесу

Джерело: розроблено автором.

5.5. Практичне використання результатів дослідження

Практичне використання результатів дослідження у цьому підрозділі подано не як дублювання актів впровадження, а як узагальнення напрямів застосування розробленої методики. Акти НДР, навчального процесу та підприємств підтверджують факт використання результатів, тоді як розділ 5 пояснює, які саме інженерні рішення можуть прийматися на основі математичної моделі, експериментальної перевірки та сформованих критеріїв оцінювання.

5.5.1. Напрями використання методики

Запропонована методика може бути використана на трьох рівнях. Перший рівень – попереднє проєктування нового грохота-перевантажувача. У цьому випадку методика дозволяє перейти від вихідних технологічних вимог, параметрів матеріалу та конвеєра до попереднього вибору робочої поверхні, ексцентрикового приводу, опор і режиму коливань.

Другий рівень – модернізація існуючої конструкції. У цьому випадку відомими є більшість геометричних параметрів, а розрахунок спрямований на уточнення жорсткості опор, фазового узгодження, радіуса ексцентриситету, робочої частоти або режиму пуску. Особливо важливо перевіряти, чи не змінилася фактична маса колосників після ремонту, встановлення накладок або зношування елементів.

Третій рівень – експлуатаційний контроль. У цьому випадку математична модель і критерії розділу 4 можуть використовуватися для порівняння фактичних вібраційних сигналів із базовими. Якщо змінюються S_{imp} , K_{T5} , η_{imp} та η_{post} , час затухання або співвідношення напівхвиль першого імпульсу, це може бути ознакою зміни технічного стану системи. Практичний алгоритм використання результатів наведено в табл. 5.7.

Таблиця 5.7

Алгоритм практичного використання результатів дослідження

Етап	Дія	Результат
1	Задати технологічні вихідні умови, матеріал, конвеєр і очікувані ударні навантаження	сформовано вихідні технологічні обмеження
2	Вибрати $B, L, b, \alpha, \beta, A, f$	отримано попередню геометричну та кінематичну схему
3	Розрахувати $M_d, F_d, k_\Sigma, c_\Sigma$	визначено параметри ексцентрикового приводу й опор
4	Перевірити умови врівноваження і фазування	підтверджено протифазний режим
5	Провести чисельну перевірку стаціонарного і пускового режимів	уточнено динамічну стійкість системи
6	Провести перевірку ударного режиму за e_i та P_{p-p}	оцінено реакцію на нестационарне збурення
7	Перевірити ефект шару підсипки за q_{p-p} та η_{p-p}	оцінено демпфувальну дію проміжного шару
8	Скоригувати параметри та сформувати рекомендації	отримано остаточний варіант проєктних параметрів

Джерело: розроблено автором.

Практичне використання запропонованої методики є доцільним як на етапі нового проєктування, так і під час модернізації наявних вузлів перевантаження. У першому випадку методика задає послідовність вибору параметрів, а в другому — дозволяє визначити, який саме елемент системи потребує коригування: привід, опори, геометрія колосників, режим пуску або умови формування проміжного шару матеріалу.

5.5.2. Очікуваний інженерно-економічний ефект

Очікуваний інженерно-економічний ефект від використання результатів дослідження доцільно подавати якісно, без штучного числового розрахунку продуктивності або економії, оскільки такі показники залежать від конкретного підприємства, режиму роботи, вартості простою, ресурсу стрічки та умов експлуатації. У межах дисертації обґрунтовано не готовий універсальний економічний норматив, а розрахунково-методичну основу для зниження пікових динамічних навантажень, вибору параметрів пружної системи і зменшення ризику пошкодження вузлів перевантаження.

Для практичного використання економічний ефект може оцінюватися підприємством окремо за складовими ремонту, простою, ресурсу елементів і енергетичних витрат, але ці складові не доцільно задавати чисельно без виробничої статистики конкретного об'єкта.

$$E_{\text{ек}} = \Delta C_{\text{рем}} + \Delta C_{\text{прост}} + \Delta C_{\text{рес}} + \Delta C_{\text{ен}}, \quad (5.34)$$

де $\Delta C_{\text{рем}}$ — зменшення витрат на ремонт; $\Delta C_{\text{прост}}$ — зменшення витрат від простоїв; $\Delta C_{\text{рес}}$ — ефект від підвищення ресурсу елементів; $\Delta C_{\text{ен}}$ — зміна енергетичних витрат. За відсутності виробничої статистики ці складові не доцільно задавати чисельно. У межах цієї дисертаційної роботи обґрунтовано

розрахунково-методичну основу для їх подальшої оцінки на конкретному промисловому об'єкті.

5.5.3. Перспективи застосування

Результати дослідження можуть бути використані під час проєктування врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів для кар'єрних і дробильно-перевантажувальних комплексів, у яких необхідно поєднати грохочення, живлення та зниження ударної дії на конвеєр. Особливе значення має використання розробленої методики для вузлів перевантаження з нерівномірним надходженням матеріалу, де стаціонарна продуктивність не є єдиним визначальним критерієм.

Подальший розвиток результатів доцільно спрямувати на експериментальне визначення калібрувальної залежності між %FS і фізичними величинами переміщення або прискорення, уточнення нелінійної контактної моделі взаємодії шматка матеріалу з колосником, визначення оптимальної товщини та складу захисної підсипки для конкретних гірничих матеріалів, дослідження довготривалої зміни жорсткості гумометалевих опор, розроблення системи моніторингу технічного стану за формою ударного відгуку та перевірку методики на промисловому дослідному зразку.

5.5.4. Узагальнення інженерного результату

Інженерний результат дисертаційної роботи полягає у переході від загального опису врівноваженого грохота-перевантажувача до системи параметрів, які можна використовувати під час проєктування. Система проєктних параметрів охоплює геометрію робочої поверхні, зазор між колосниками, амплітуду і частоту коливань, радіус ексцентриситету приводу, фазові кути, жорсткість і демпфування опор, нормовану енергію удару,

нормований розмах першого імпульсу та коефіцієнти зниження ударного відгуку. Найважливішим є те, що у методиці враховано не тільки усталений робочий режим, а й нестационарні процеси. Саме це відрізняє запропонований підхід від спрощеного підбору параметрів за продуктивністю та номінальною амплітудою. Результати розділів 3 і 4 показали, що ударна складова може істотно змінювати форму перехідного процесу, а тому повинна бути включена до інженерного розрахунку.

Висновки до розділу 5

1. У розділі сформовано інженерну методику обґрунтування параметрів врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача, яка поєднує задання технологічних вихідних умов, вибір геометрії робочої поверхні, параметрів ексцентрикового приводу, пружної системи та критеріїв перевірки стаціонарних, пускових і ударних режимів.

2. Обґрунтовано, що продуктивність і технологічні умови роботи доцільно розглядати як вихідні вимоги проектування, а не як самостійний результат цієї дисертаційної роботи. Такий підхід не підміняє технологічний розрахунок, а зосереджує методику на динамічній працездатності та параметрах врівноваженої системи.

3. Для ексцентрикового приводу визначальними параметрами прийнято радіус ексцентриситету, робочу частоту, кутову швидкість і фазові кути збудження. Показано, що саме фазове узгодження протифазного руху середнього та крайніх колосників є необхідною умовою зменшення динамічних реакцій на основу.

4. Сформовано підхід до вибору пружної системи, який враховує сумарну жорсткість опор, статичний прогин, демпфування, динамічну передавальність і перевірку роботи опор у нестационарних режимах. Це

дозволяє пов'язати розрахунок пружних елементів із результатами математичного моделювання та експериментальної перевірки.

5. За результатами експериментального розділу до інженерної методики введено відносні критерії ударного відгуку: розмах першого імпульсу, післяударний розмах, коефіцієнт зниження відгуку за наявності шару сипкого матеріалу та коефіцієнт просторового передавання імпульсу. Ці показники дають змогу враховувати ударні режими без вимоги високоточного абсолютного вимірювання переміщень.

6. Рекомендації щодо зменшення динамічних навантажень полягають у відстроюванні робочої частоти від небезпечних власних частот, забезпеченні фазового узгодження, доборі демпфування, обмеженні надмірної жорсткості робочої поверхні та врахуванні контактної податливості шару матеріалу в зоні удару.

7. Практичний результат розділу полягає у переході від математичної моделі та експериментальної верифікації до послідовності інженерних дій, придатної для попереднього проєктування, модернізації та перевірки параметрів врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів.

ВИСНОВКИ

1. У дисертаційній роботі розв'язано науково-технічну задачу обґрунтування параметрів врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом на основі математичного моделювання стаціонарних, пускових і нестаціонарних ударних режимів роботи. Отримані результати спрямовані на зменшення динамічних навантажень у перевантажувальних пунктах і підвищення стабільності руху робочих органів під час взаємодії з крупнокусковим матеріалом.

2. На основі аналізу конструкцій, режимів роботи та методів дослідження вібраційних грохотів обґрунтовано доцільність використання врівноваженої багатоколосникової схеми, у якій середній колосник рухається у протифазі до крайніх. Показано, що така схема є перспективною для грохота-перевантажувача, оскільки дозволяє поєднати технологічну дію на матеріал із частковим зменшенням результуючих інерційних реакцій на основу.

3. Розроблено розрахункову схему і математичну модель руху грохота-перевантажувача на основі рівнянь Лагранжа II роду з урахуванням кінетичної та потенційної енергії, дисипативних сил, жорсткісних характеристик пружних опор, ексцентрикового збудження та фазового узгодження руху робочих органів. Модель дає змогу перейти від конструктивних параметрів до оцінювання переміщень, траєкторій, фазових співвідношень і реакцій системи.

4. У межах моделі сформовано умови фазово узгодженого протифазного руху середнього і крайніх колосників. Встановлено, що для збереження врівноваженого режиму необхідно узгоджувати не лише фазові кути приводу, а й масово-інерційні характеристики, жорсткість опор і демпфувальні властивості пружної системи.

5. Виконано чисельне дослідження стаціонарних і пускових режимів роботи. Показано, що прийнята система параметрів забезпечує формування робочого протифазного режиму колосників, обмеження переміщень привідної

частини та повернення системи до усталеного руху після короткочасного збурення. Це підтверджує придатність розрахункової схеми для інженерного аналізу динамічної поведінки грохота-перевантажувача.

6. Запропоновано підхід до моделювання нестационарного ударного навантаження, за якого падіння шматка матеріалу розглядається як короткочасне імпульсне збурення, що формує початкові умови подальшого перехідного процесу. Такий підхід дозволяє оцінювати вплив маси, висоти падіння, місця прикладання навантаження та параметрів пружної системи на післяударний рух робочих органів.

7. Експериментально перевірено фізичну структуру ударно-затухаючого процесу на лабораторній фізичній моделі грохота. Встановлено наявність сталого вимушеного руху, першого контактного імпульсу, післяударної ділянки затухання, впливу проміжного шару сипкого матеріалу та просторового передавання ударного збурення до центральної контрольної точки Т5.

8. За результатами експерименту встановлено, що шар сипкого матеріалу змінює контактні умови удару та зменшує розмах ударного відгуку, особливо у працюючому режимі грохота. Це підтверджує необхідність урахування не лише параметрів конструкції, а й умов контакту матеріалу з робочою поверхнею під час оцінювання нестационарних ударних режимів.

9. Досліди з віддаленим прикладанням удару у зонах Т2 і Т8 показали, що локальне збурення передається через пружно оперту робочу систему до центральної точки Т5. Отже, під час розрахунку грохота-перевантажувача необхідно враховувати координату прикладання ударного навантаження, а не обмежуватися лише локальною реакцією в місці контакту.

10. На основі теоретичних, чисельних та експериментальних результатів сформовано інженерну методику обґрунтування параметрів врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів. Методика охоплює вибір вихідних технологічних обмежень, параметрів ексцентрикового приводу, жорсткості й

демпфування пружної системи, перевірку фазової узгодженості та оцінювання ударного відгуку.

11. Практичне значення роботи підтверджується впровадженням результатів у межах НДР № ДР0122U201676, у навчальний процес кафедри інжинірингу та дизайну в машинобудуванні НТУ «Дніпровська політехніка», а також застосуванням методичних і розрахунково-моделювальних матеріалів на підприємствах ТОВ «Океанмашенерго» та ТОВ «Паритет СОФТ». Отримані результати можуть бути використані для попереднього проєктування, модернізації та інженерної перевірки параметрів врівноважених грохотів-перевантажувачів з урахуванням нестационарних ударних режимів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Білецький В. С., Олійник Т. А., Смирнов В. О., Скляр Л. В. Основи техніки та технології збагачення корисних копалин. Київ: Ліра-К, 2020. 278 с.
2. Смирнов В. О., Білецький В. С. Проектування збагачувальних фабрик: навчальний посібник. Донецьк: Східний видавничий дім, 2002. 296 с.
3. Хмара Л. А. Дробильно-сортувальні заводи і устаткування: навчальний посібник. Полтава: ПолтНТУ, 2009. 209 с.
4. Завод «Витязь». Конвеєрне, елеваторне та гірничо-переробне обладнання [Електронний ресурс]. URL: <https://zavodvityaz.com.ua/>.
5. АНА-ТЕМС. Mining machinery and equipment [Електронний ресурс]. URL: <https://ana-tems.com/>.
6. Укрпромминерал. Гірничо-збагачувальне обладнання [Електронний ресурс]. URL: <https://upmineral.com.ua/>.
7. Білецький В. С., Ткаченко М. В., Бурова М. Я. Аналіз сучасних конструкцій та основних напрямків удосконалення вібраційних сит систем регенерації бурового розчину. Вісник НТУ «ХПІ». 2019. № 72 (113). С. 31–43.
8. Ланець О. С. Вібраційні машини та вібротехнології: монографія. Львів: Видавництво НУ «Львівська політехніка», 2008. С. 120–130. URL: https://vlp.com.ua/files/01_60.pdf.
9. Патент № 106274 Україна, МПК В07В 1/40, В07В 1/46. Вібраційний грохот / Франчук В. П., Федосін В. О., Куниця В. Ф. № u201212439; заявл. 30.10.2012; опубл. 10.02.2014, Бюл. № 3.
10. Лютенко В. О., Рудик Р. О., Насуллоєв Ш. Дослідження динаміки дебалансного вібратора зі змінним статичним моментом. Галузеве машинобудування, будівництво. 2020. № 1(54). С. 5–11. URL: <https://journals.nupp.edu.ua/znп/article/view/2257>.
11. Ланець О. С., Майструк П. В., Боровець В. М., Деревенько І. А. Аналіз енергетичної ефективності вібраційних машин з інерційним приводом.

Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 2019. № 53. С. 89–96.

12. Adamchuk V. V., Kaletnik G. M., Bulgakov V. M., Chernysh A. N. Theoretical study of perturbed harmonic vibrations in vibration drives of machines. *Vibrations in Engineering and Technology*. 2016. № 2 (82). С. 5–9.

13. Chubyk R. V., Yaroshenko L. V. Method of stabilization of technologically optimal parameters of the vibration field of adaptive vibration technological machines. *Vibrations in Engineering and Technology*. 2008. № 2 (51). С. 57–60.

14. Гурський В., Ланець О., Шпак Я. Порівняльна оцінка ефективності функціонування імпульсних резонансних вібраційних машин. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. 2015. Вип. 85. С. 51–58.

15. Zhou X., Ge L. Design and Efficiency Research of a New Composite Vibrating Screen. *Shock and Vibration*. 2018. Art. 1293273. DOI: 10.1155/2018/1293273.

16. Shanmugam B., Vardhan H., Raj M., Kaza M., Sah R., Harish H. Evaluation of a new vibrating screen for dry screening fine coal with different moisture contents. *International Journal of Coal Preparation and Utilization*. 2022. Vol. 42, № 3. С. 752–761. DOI: 10.1080/19392699.2019.1652170.

17. Modrzewski R., Obraniak A., Rylski A., Siczek K. A Study on the Dynamic Behavior of a Sieve in an Industrial Sifter. *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12(17). 8590. URL: <https://doi.org/10.3390/app12178590>

18. Лапшин Є. С., Шевченко О. І. Синтез динамічного впливу для очищення просіюючої поверхні. Потураївські читання: матеріали XX Міжнар. наук.-практ. конф. Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», 2023. С. 52–53.

19. Zou M., Fang P., Hou Y. J. Investigation on multiple-frequency synchronization experiment of vibration system with dual-rotor actuation.

Mechanical Systems and Signal Processing. 2022. Vol. 164. Art. 108261. DOI: 10.1016/j.ymssp.2021.108261.

20. Lyan I. Creation and verification of spatial mathematical model of vibrating machine with two self-synchronizing unbalanced exciters. *Journal of Vibroengineering*. 2021. Vol. 23, № 7. С. 11–24. DOI: 10.21595/jve.2021.21923.

21. Hou Y., Xiong G., Fang P., Wang Y. Stability and synchronous characteristics of a two exciters vibration system considering material motion. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*. 2022. Vol. 236, № 1. С. 15–30. DOI: 10.1177/14644193211056138.

22. Заболотний К. С., Шкут А. П. Розробка та тестування стенду для дослідження динаміки роботи інерційного грохоту з двома мотор-вібраторами. *Вісник НГУ*. 2024. № 3. С. 30–37. URL: <https://ir.nmu.org.ua/entities/publication/bd82469b-860f-4d8a-9ada-2664e51860be>.

23. Feliks J., Tomach P., Foszcz D., Gawenda T., Olejnik T. Research on the New Drive of a Laboratory Screen with Rectilinear Vibrations in Transient States. *Energies*. 2021. Vol. 14(24). 8444. URL: <https://doi.org/10.3390/en14248444>

24. Яцун В. В., Почужевський О. Д., Тищенко В. Ю. Імітаційне моделювання роботи вібраційного грохота, що працює в резонансному режимі. *Вісник КНУ імені Тараса Шевченка*. 2021. № 2. С. 50–57.

25. Веселовська Н. Р. Моделювання робочих режимів вібраційних та віброударних машин. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2019. № 1 (104). С. 10–17.

26. Орісенко О. В., Шека О. В. Математичне моделювання вібраційної площадки з регульованими за жорсткістю пружними опорами. *Технологічні системи*. 2023. № 2. С. 45–52. URL: <http://tst.stu.cn.ua/article/view/315782>.

27. Franchuk V., Zabolotnyi K., Antsiferov O., Havrylenko S. Investigation of a spatially-oscillating vibrating screen with longitudinal ridges. *Geo-Technical Mechanics*. 2025. № 175. С. 68–83. DOI: 10.15407/geotm2025.175.068.

28. Заболотний К. С., Анциферов О. В., Гавриленко С. С. Особливості динаміки грохота з просторовими коливаннями робочого органа. *Збірник наукових праць Національного гірничого університету*. 2025. № 82. С. 165–174. DOI: 10.33271/crpnmu/82.165.

29. Топільницький В. Ю., Ребот Д. С., Бринчук Р. О. Дослідження динаміки завантаження вібраційних машин з вертикальним збуренням. *Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні*. 2021. № 55. С. 145–152. URL: <https://science.lpnu.ua/uk/istcipa/vsi-vypusky/vyp-55-2021/doslidzhennya-dynamiky-zavantazhennya-vibraciynyh-mashyn-z>.

30. Павленко І. В. Науково-теоретичні основи вібраційних процесів у гетерогенних системах: дис. ... д-ра техн. наук. Суми: СумДУ, 2020. URL: <https://essuir.sumdu.edu.ua/handle/123456789/78078>.

31. Назаренко І. Ю., Запривода А. В., Слюсар В. І. Дослідження енергетики вібраційної системи «машина-середовище» в різних режимах ущільнення будівельної суміші. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. 2024. № 46. С. 29–35.

32. Степаненко С. П., Котов Б. І., Грушецький С. М., Рудь А. В. Математичне моделювання руху зернового матеріалу на поверхні віброживильника за умов введення його в аспіраційний канал сепаратора. *Vibrations in Engineering and Technology*. 2021. № 2 (101). С. 46–55.

33. Замрій М. А., Степаненко С. П., Котов Б. І., Рудь А. В. Теоретичні дослідження процесу руху зернового матеріалу на поверхні ступінчастого віброживильника. *Vibrations in Engineering and Technology*. 2022. № 2 (105). С. 25–32.

34. Бондаренко А. О. Моделювання взаємодії проточних поверхонь гідравлічного класифікатора з потоком пульпи. *Збірник матеріалів XVIII*

міжнародної науково-технічної конференції «Потураївські читання». Дніпро, 2020. 5 с.

35. Василенко М. В., Алексейчук О. М. Теорія коливань і стійкості руху : підручник. Київ: Вища школа, 2004. 525 с. URL: <https://science.kpi.ua/konk-pidr-2006/pidruchnik-teoriya-kolivan-i-stijkosti-ruhu-avtor-vasilenko-m-v-aleksejchuk-o-m/>

36. Булгаков В. Теоретична механіка. Київ: Центр навчальної літератури, 2017. 604 с.

37. Бутко М. П., Бутко І. М., Дітковська М. Ю. та ін. Системний підхід і моделювання в наукових дослідженнях. Київ: Центр учбової літератури, 2024. 360 с.

38. Bąk L., Noga S., Skrzat A., Stachowicz F. Dynamic analysis of vibrating screener system. Journal of Physics: Conference Series. 2013. Vol. 451. Art. 012028. DOI: 10.1088/1742-6596/451/1/012028.

39. Yang X., Wu J., Jiang H., Qiu W., Liu C. Dynamic Modeling and Parameters Optimization of Large Vibrating Screen with Full Degree of Freedom. Shock and Vibration. 2019. Vol. 2019. Article ID 1915708. URL: <https://doi.org/10.1155/2019/1915708>

40. Hou Y., Fang P., Zeng L. Finite element analysis of dual-frequency vibrating screen. Advanced Materials Research. 2012. Vols. 479–481. C. 2124–2128. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.479-481.2124.

41. Kurowski P. Engineering Analysis with SOLIDWORKS Simulation 2023. SDC Publications, 2023.

42. Chang Kuang-Hua. Motion Simulation and Mechanism Design with SOLIDWORKS Motion 2023. SDC Publications, 2023.

43. Топільницький В. Ю. Моделювання вібраційних технологій за допомогою MATLAB і ANSYS. Вісник Національного університету «Львівська політехніка» Серія: Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика. 2018. № 908. С. 85–91.

44. Parovik R. Mathematical Modeling of Linear Fractional Oscillators. *Mathematics*. 2020. Vol. 8, № 11. Art. 1879. DOI: 10.3390/math8111879.
45. Легеза Д. В. Математичне моделювання динаміки віброзахисної системи, оснащеної роликовим гасителем. *Наукові вісті НТУУ «КПІ»*. 2014. № 6(98). С. 94–101.
46. Кравчук О. А. Числове моделювання динаміки вібраційних машин. *Вісник НТУУ «КПІ» Серія: Машинобудування*. 2020. № 1. С. 76–82.
47. Яганов П. О. Моделювання технічних систем і технологічних процесів. *Вісник НТУУ «КПІ» Серія: Машинобудування*. 2021. № 3. С. 40–47.
48. Західприлад. Каталог [Електронний ресурс]. URL: <https://zapadpribor.com/ua/category/akustychni-prylady-robotron-nimechchyna/7/>.
49. ДСТУ EN ISO 2162-2:2018. Технічна документація на продукцію. Пружини. Частина 2. Подання даних для циліндричних спіральних пружин стиснення. Київ: ДП «УкрНДНЦ», 2019.
50. Мороз В., Паранчук Я. С. Алгоритмізація та програмування. Пакет MathCAD. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2012. 312 с.
51. Franchuk V., Antsiferov O., Shkut A. Dynamics of a vibrating screen with two motor-vibrators. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2024. Vol. 1348. 012063. URL: <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1348/1/012063>
52. Franchuk V., Antsiferov O., Havrylenko S. Dynamics of a balanced screen-loader with an eccentric drive. *Збірник наукових праць Національного гірничого університету*. 2025. № 80. С. 177–189. DOI: 10.33271/crpnmu/80.177.
53. Liu Y., Suo S., Meng G., Shang D., Bai L., Shi J. A Theoretical Rigid Body Model of Vibrating Screen for Spring Failure Diagnosis. *Mathematics*. 2019. Vol. 7(3). 246. URL: <https://doi.org/10.3390/math7030246>
54. Topilnytskyi V., Vyshatytskyi V. Developing a mathematical model for describing the motion of a vibratory type separator with sequential screens. *Ukrainian Journal of Mechanical Engineering and Materials Science*. 2024. Vol. 10(1). P. 70–76. URL: <https://doi.org/10.23939/ujmems2024.01.070>

55. Minguzzi E. Rayleigh's dissipation function at work. *European Journal of Physics*. 2015. Vol. 36(3). 035014. URL: <https://doi.org/10.1088/0143-0807/36/3/035014>

56. Hu Y., Wu J., Liu Y., Wang Y., Liu X. Influence of rubber's viscoelasticity and damping on the dynamic stiffness of the air spring. *Scientific Reports*. 2023. Vol. 13. 10377. URL: <https://doi.org/10.1038/s41598-023-36904-9>

57. Гавриленко С. С. Обґрунтування жорсткісних параметрів пружних опор врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача. *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. 2026. Вип. 41. С. 26–36. DOI: 10.15421/4226103. URL:

<https://pommk.dp.ua/index.php/journal/article/view/649/649>

58. Michalak A., Wodecki J., Drozda M., Wyłomańska A., Zimroz R. Model of the Vibration Signal of the Vibrating Sieving Screen Suspension for Condition Monitoring Purposes. *Sensors*. 2021. Vol. 21(1). 213. URL: <https://doi.org/10.3390/s21010213>

59. Rodríguez C. G., Moncada M. A., Dufeu E. E., Razeto M. I. Nonlinear Model of Vibrating Screen to Determine Permissible Spring Deterioration for Proper Separation. *Shock and Vibration*. 2016. Vol. 2016. Article ID 4028583. URL: <https://doi.org/10.1155/2016/4028583>

60. Feliks J., Tomach P. The impact of vibrating screen startup time on vibration amplitude and energy consumption in transient state. *Energies*. 2023. Vol. 16(20). 7129. URL: <https://doi.org/10.3390/en16207129>

61. Гавриленко С. С. Моделирование переходного процесса сбалансированного грохота-загрузчика при ударной нагрузке. *Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии*. 2026. Вип. 40. С. 261–271. <https://doi.org/10.52150/2522-9117-2026-40-017>.

62. Harzanagh A. A., Orhan E. C., Ergun S. L. Discrete element modelling of vibrating screens. *Minerals Engineering*. 2018. Vol. 121. P. 107–121. URL: <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2018.03.010>

63. Dong K. J., Wang B., Yu A. B. Modeling of Particle Flow and Sieving Behavior on a Vibrating Screen: From Discrete Particle Simulation to Process Performance Prediction. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2013. Vol. 52(33). P. 11333–11343. URL: <https://doi.org/10.1021/ie3034637>
64. Zhao Yue-min, Liu Chu-sheng, He Xiao-mei, Zhang Cheng-yong, Wang Yi-bin, Ren Zi-ting. Dynamic design theory and application of large vibrating screen. *Procedia Earth and Planetary Science*. 2009. Vol. 1(1). P. 776–784. URL: <https://doi.org/10.1016/j.proeps.2009.09.123>
65. Sun X., Sui Y., Zheng Y., Wang L., Zhu H. Finite element analysis and optimization design of large vibrating screen based on equivalent static load method. *Engineering Research Express*. 2024. Vol. 6(1). 015528. URL: <https://doi.org/10.1088/2631-8695/ad3520>
66. Shanmugam B. K., Vardhan H., Marutiram K. Experimentation and statistical prediction of screening performance of coal with different moisture content in the vibrating screen. *International Journal of Coal Preparation and Utilization*. 2022. Vol. 42(4). P. 1181–1194. URL: <https://doi.org/10.1080/19392699.2020.1767606>
67. Boac J. M., Ambrose R. P. K., Casada M. E., Maghirang R. G., Maier D. E. Applications of Discrete Element Method in Modeling of Grain Postharvest Operations. *Food Engineering Reviews*. 2014. Vol. 6(4). P. 128–149. URL: <https://doi.org/10.1007/s12393-014-9090-y>
68. Ропай В. А. Методи подібності та розмірності у механіці: конспект лекцій. Дніпро: НТУ «Дніпровська політехніка», 2019. 84 с. URL: <https://btpm.nmu.org.ua/ua/download/lecture-course/132%20%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D1%81%D0%BF%20%D0%BB%D0%B5%D0%BA%20%D0%9C%D0%9F%D0%A0%D0%9C.pdf>
69. Кепич Т. Ю., Куценко О. Г. Основи теорії подібності та аналізу розмірностей в механіці: навчальний посібник. Київ: Київський національний

університет імені Тараса Шевченка, 2004. 101 с. URL: <https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2018/03/otparm.pdf>

70. ISO 16063-21:2003. Methods for the calibration of vibration and shock transducers — Part 21: Vibration calibration by comparison to a reference transducer. Geneva: International Organization for Standardization, 2003. URL: <https://www.iso.org/standard/27053.html>

71. Metrolog. Датчик коливань KD-35: технічні характеристики [Електронний ресурс]. URL: https://metrolog.com.ua/ua/product/datchik_kolebanii_kd35

72. Західприлад. Акустичні прилади Robotron (Німеччина): каталог [Електронний ресурс]. URL: <https://zapadpribor.com/ua/category/akustychni-prylady-robotron-nimechchyna/6/>

73. Brüel & Kjær. Measuring Vibration. Technical Documentation BR 0094. Nærum: Brüel & Kjær, 1982. URL: <https://www.bksv.com/doc/br0094.pdf>

74. Døssing O. Structural Testing. Part 2: Modal Analysis and Simulation. Nærum: Brüel & Kjær, 1988. URL: <https://www.bksv.com/doc/br0507.pdf>

75. Avitabile P. Experimental Modal Analysis. Sound and Vibration. 2001. URL: https://www.uml.edu/docs/s-v-jan2001_modal_analysis_tcm18-189939.pdf

76. Metz R. Impact and Drop Testing with ICP® Force Sensors. PCB Piezotronics, Inc. White Paper. Depew, NY: PCB Piezotronics, Inc. URL: https://www.pcb.com/Contentstore/mktgcontent/WhitePapers/WPL_5_Impact.pdf

77. Murali G., Abid S. R., Amran M., Vatin N. I., Fediuk R. Drop Weight Impact Test on Prepacked Aggregate Fibrous Concrete—An Experimental Study. Materials. 2022. Vol. 15, No. 9. Article 3096. DOI: 10.3390/ma15093096. URL: <https://www.mdpi.com/1996-1944/15/9/3096>

78. Гавриленко С. С. Експериментальне дослідження ударного відгуку балкової моделі середнього колосника грохота-перевантажувача. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. 2026. № 2. С. 9–16. DOI: 10.20998/2079-0775.2026.2.02.

79. Gehr F., Theurich T., Monjaraz-Tec C., Gross J., Schwarz S., Hartung A., Krack M. Computational and experimental analysis of the impact of a sphere on a beam and the resulting modal energy distribution. 2022. arXiv:2207.00795. URL: <https://arxiv.org/abs/2207.00795>
80. Leicht L. Influences on the structural response of beams in drop weight impact experiments. Engineering Structures. 2021. URL: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.124631>
81. Wills B. A., Finch J. A. Wills' Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery. 8th ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2015. 512 p. DOI: 10.1016/C2010-0-65478-2.
82. Gupta A., Yan D. S. Mineral Processing Design and Operations: An Introduction. 2nd ed. Amsterdam: Elsevier, 2016. 882 p. ISBN 978-0-444-63589-1.
83. Rao S. S. Mechanical Vibrations. 6th ed. Harlow: Pearson Education, 2017. 1118 p.
84. Inman D. J. Engineering Vibration. 4th ed. Boston: Pearson, 2014. 707 p.
85. Harris C. M., Piersol A. G. Harris' Shock and Vibration Handbook. 6th ed. New York: McGraw-Hill, 2010.
86. ISO 21940-11:2016. Mechanical vibration – Rotor balancing – Part 11: Procedures and tolerances for rotors with rigid behaviour. Geneva: International Organization for Standardization, 2016. URL: <https://www.iso.org/standard/54074.html>
87. ISO 20816-1:2016. Mechanical vibration – Measurement and evaluation of machine vibration – Part 1: General guidelines. Geneva: International Organization for Standardization, 2016. URL: <https://www.iso.org/standard/63180.html>
88. ISO 5348:2021. Mechanical vibration and shock – Mechanical mounting of accelerometers. Geneva: International Organization for Standardization, 2021. URL: <https://www.iso.org/standard/78160.html>

89. Firestone Industrial Products. Vibration Isolation Design Manual. Indianapolis: Firestone Industrial Products Company, 2002. URL: <https://www.citec.fr/cbx/cataloguemarshmellow.pdf>

90. Bridgestone Industrial. Design Theory of Vibration Isolation Rubber. Technical information. URL: <https://www.bridgestoneindustrial.eu/products/vibration-isolation-rubber/VIR-theory.cfm>

91. National Bureau of Standards. Vibration Isolation: Use and Characterization. NBS Handbook 128. Washington: U.S. Department of Commerce, 1978. URL: <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/hb/nbshandbook128.pdf>

92. Baragetti S. Innovative structural solution for heavy loaded vibrating screens. Minerals Engineering. 2015. Vol. 84. P. 15–26. DOI: 10.1016/j.mineng.2015.09.011.

93. Baragetti S., Villa F. A dynamic optimization theoretical method for heavy loaded vibrating screens. Nonlinear Dynamics. 2014. Vol. 78. P. 609–627. DOI: 10.1007/s11071-014-1464-4.

Додаток А

**ТЕХНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА
ТА ВИМІРЮВАЛЬНОЇ АПАРАТУРИ**

У додатку наведено довідкові технічні відомості про лабораторний стенд, вимірнювальну апаратуру та засоби тарування, використані для експериментальної перевірки динамічної моделі грохота. На відміну від основного тексту розділу 4, тут не повторюються результати обробки сигналів, а подано склад стенда, паспортні параметри фізичної моделі та характеристики приладів, необхідні для відтворення умов досліду.

А.1 Лабораторний стенд для експериментальної перевірки грохота

Лабораторний стенд складався з фізичної моделі грохота з пружним опиранням, системи віброзбудження, вимірнювального комплексу Robotron, датчика КД-35, індикатора годинникового типу та персонального комп'ютера для цифрової реєстрації сигналів.



Рисунок А.1 – Загальний вигляд лабораторної фізичної моделі грохота

Джерело: фото автора експерименту.

Таблиця А.1

Основні параметри лабораторної фізичної моделі грохота

Параметр	Значення	Примітка
Довжина робочої поверхні L	1610 мм	за фактичним вимірюванням
Ширина робочої поверхні B	610 мм	за фактичним вимірюванням
Кут нахилу робочої поверхні α	2–3°	за фактичним положенням короба
Пружне опирання	8 пружин	по дві пружини в кожній опорній зоні
Параметри пружини	$d = 5 \text{ мм}; D = 31 \text{ мм}; n = 8$	за фактичним вимірюванням
Сумарна жорсткість пружного опирання	$\approx 279 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$	конструктивно- розрахункова характеристика
Тип вібробудувача	ІВ-99Е У2	за маркуванням на корпусі
Номінальна частота обертання	3000 хв^{-1}	відповідає приблизно 50 Гц

Джерело: складено автором за фактичними параметрами лабораторної фізичної моделі.



Рисунок А.2 – Пружний вузол лабораторної фізичної моделі грохота

Джерело: фото автора експерименту.

А.2 Вимірювальний комплекс Robotron

Для реєстрації вібраційного відгуку застосовано вимірювальний комплекс Robotron. Сигнал від датчика КД-35 надходив до інтегруючого підсилювача, контролювався блоком індикації та передавався на персональний комп'ютер для подальшої цифрової обробки.



Рисунок А.3 – Загальний вигляд вимірювального комплексу Robotron

Джерело: фото автора експерименту.

Таблиця А.2

Склад вимірювального комплексу Robotron

Елемент комплексу	Маркування	Функція у вимірювальному тракті
Інтегруючий підсилювач	00028	підключення датчика КД-35, підсилення сигналу та вибір режиму вимірювання
Блок індикації	02022	візуальний контроль рівня сигналу і режиму роботи каналу
Блок живлення	04003	живлення модулів вимірювального комплексу

Джерело: систематизовано автором за фактичним складом вимірювального комплексу.



Рисунок А.4 – Функціональні блоки комплексу Robotron: а – інтегруючий підсилювач 00028; б – блок індикації 02022; в – блок живлення 04003

Джерело: фото автора експерименту.

Таблиця А.3

Основні довідкові діапазони вимірювального каналу Robotron

Параметр	Діапазон / характеристика
Діапазон вимірювання прискорення коливань	0,032...320 м/с ²
Діапазон вимірювання швидкості коливань	0,000032...3,2 м/с
Діапазон вимірювання амплітуди коливань	0,0032...100 мм
Частотний діапазон для прискорення	1 Гц...10 кГц
Частотний діапазон для швидкості	1 Гц...10 кГц
Частотний діапазон для амплітуди	1 Гц...1 кГц

Джерело: адаптовано автором за паспортними даними вимірювальної апаратури Robotron.

А.3 П'єзоелектричний датчик прискорення КД-35

Датчик КД-35 використовувався як первинний перетворювач коливального руху робочої поверхні в електричний сигнал. У дослідях

важливими були незмінність способу встановлення датчика та сталість вимірювального каналу для всіх порівнюваних режимів.



Рисунок А.5 – Датчик КД-35, встановлений на робочій поверхні

Джерело: фото автора експерименту.

Таблиця А.4

Технічні характеристики датчика КД-35

Параметр	Значення
Коефіцієнт передачі	$5 \pm 0,1 \text{ мВ}/(\text{м}/\text{с}^2)$
Місткість	1 нФ
Резонансна частота	20 кГц
Температурний діапазон	від -35°C до $+150^\circ\text{C}$
Габаритні розміри	24×19 мм
Маса	не більше 28 г

Джерело: узагальнено автором за технічними даними датчика КД-35.

А.4 Контроль тарування та цифрова реєстрація сигналу

Для зіставлення цифрового сигналу з механічним переміщенням застосовано індикатор годинникового типу на стійці. Цифровий сигнал розглядався як часова реалізація вихідного сигналу вимірювального каналу; основним показником для порівняння режимів був розмах сигналу у відсотках повної шкали реєстрації (%FS).



Рисунок А.6 – Контрольна зона з індикатором годинникового типу

Джерело: фото автора експерименту.

Таблиця А.5

Засоби тарування та цифрової реєстрації

Елемент / показник	Призначення
Індикатор годинникового типу	контроль механічного розмаху переміщення робочої поверхні під час тарування
Стійка індикатора	створення нерухомої бази відносно опорної поверхні
Цифровий запис сигналу	фіксація часової реалізації вихідного сигналу вимірювального каналу
Розмах сигналу у %FS	основний показник для порівняння сталого та ударного відгуку
Перерахунок у міліметри	оціночне представлення результатів за коефіцієнтом тарування

Джерело: складено автором за методикою тарування вимірювального каналу.

Наведені відомості підтверджують, що експериментальні серії виконувалися на одному стенді з незмінним пружним опиранням, вимірювальним трактом і способом цифрової реєстрації. Тому результати

розділу 4 доцільно порівнювати як зіставні експериментальні реалізації, отримані в однакових технічних умовах.

Додаток Б

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ДНІПРОВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»
Механіко-машинобудівний факультет
Кафедра інжинірингу та дизайну в машинобудуванні**



ЗАТВЕРДЖУЮ:

Перший проректор

NTU «Дніпровська політехніка»
Артем ПАВЛИЧЕНКО

» _____ 2026 р.

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

Методика обґрунтування параметрів врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів з урахуванням розрахунково-моделювального аналізу та експериментальної перевірки

Завідувачка кафедри ІДМБ:

канд. техн. наук, доцент кафедри інжинірингу
та дизайну в машинобудуванні
НТУ «Дніпровська політехніка»

О.В. ПАНЧЕНКО**Виконавець:**

аспірант кафедри інжинірингу
та дизайну в машинобудуванні
НТУ «Дніпровська політехніка»

С.С. ГАВРИЛЕНКО**Науковий керівник:**

д-р техн. наук, професор кафедри інжинірингу
та дизайну в машинобудуванні
НТУ «Дніпровська політехніка»

К.С. ЗАБОЛОТНИЙ**Науковий керівник:**

канд. техн. наук, доцент кафедри інжинірингу
та дизайну в машинобудуванні
НТУ «Дніпровська політехніка»

О.В. АНЦИФЕРОВ

Дніпро - 2026

Додаток В



ЗАТВЕРДЖУЮ:

Перший проректор

НТУ «Дніпровська політехніка»

Артем ПАВЛИЧЕНКО

2026 р.

про впровадження матеріалів дисертаційного дослідження
Гавриленка Станіслава Сергійовича на здобуття наукового ступеня доктора
філософії в рамках НДР

«Розвиток теорії обґрунтування і вибору конструктивних та технологічних
параметрів технічних об'єктів галузевого машинобудування»

№ ДР0122U201676 (01.2023-12.2025)

строки виконання

01.2023

12.2025

1. Вид впроваджених робіт

Розділ науково-дослідної роботи, підготовлений у межах дисертаційного дослідження здобуття наукового ступеня доктора філософії за темою «Розробка математичної моделі та обґрунтування параметрів врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача в нестационарних режимах роботи»:

2. Новизна результатів науково-дослідної роботи

Розроблено розрахункову схему та математичну модель динаміки врівноваженого триколосникового грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом. Отримані залежності дозволяють визначати переміщення робочих органів, оцінювати характер траєкторій коливань, динамічне навантаження на опорні елементи та використовувати результати для обґрунтування раціональних конструктивних параметрів вібраційного обладнання.

3. Результати передаються у вигляді матеріалів

Методичні та розрахункові матеріали щодо аналізу динамічної врівноваженості, траєкторій коливань і нестационарних режимів роботи грохота-перевантажувача.

Виконавець:

аспірант кафедри інжинірингу та дизайну в
машинобудуванні НТУ «Дніпровська політехніка»

С.С. Гавриленко

Керівник роботи:

доктор технічних наук, професор кафедри
інжинірингу та дизайну в машинобудуванні НТУ
«Дніпровська політехніка»

К.С. Заболотний

Додаток Г

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Перший проректор

Дніпровська політехніка»

Артем

ПАВЛИЧЕНКО

2026 р.



**впровадження результатів дисертаційного дослідження
Гавриленка Станіслава Сергійовича в навчальний процес**

У навчальний процес кафедри інжинірингу та дизайну в машинобудуванні впроваджено результати дисертаційного дослідження Гавриленка С.С. у вигляді методики, що поєднує розрахунок, моделювання та експериментальну перевірку ударного відгуку.

1. Вид впроваджених робіт

Впроваджено методичні рекомендації «Методика обґрунтування параметрів врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів з урахуванням розрахунково-моделювального аналізу та експериментальної перевірки», розроблені за результатами дисертаційного дослідження Гавриленка С.С. Методика об'єднує інженерне обґрунтування параметрів, розрахунково-моделювальний аналіз динаміки, перевірку нестационарних ударних режимів та експериментальне зіставлення результатів.

2. Новизна результатів науково-дослідної роботи

Новизна для навчального процесу полягає у наскрізному представленні інженерного дослідження: від вибору вихідних параметрів і побудови розрахункової схеми до математичної моделі, чисельної реалізації, експериментальної перевірки, статистичної обробки та порівняння з розрахунковими результатами.

3. Результати передаються у вигляді матеріалів

Методичні рекомендації «Методика обґрунтування параметрів врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів з урахуванням розрахунково-моделювального аналізу та експериментальної перевірки» для виконання практичних і лабораторних робіт студентами освітньо-наукової програми «Галузеве машинобудування» спеціальності 133 Галузеве машинобудування під час вивчення дисциплін «Основи динаміки машин».

Виконавець:

аспірант кафедри ІДМБ

 С.С. Гавриленко

Завідувачка кафедри ІДМБ:

канд. техн. наук, доцент

 О.В. Панченко

Додаток Д

ЗАТВЕРДЖУЮ
Директор
ТОВ «Океанмашенерго»
Марина ГРИГОРАШ
2026 р.

ЗАТВЕРДЖУЮ
Перший проректор
Дніпровська політехніка
Павличенко
2026 р.

А К Т
впровадження результатів дисертаційного дослідження Гавриленка С.С.
на підприємстві ТОВ «Океанмашенерго» - стейкхолдер спеціальності
133 Галузеве машинобудування

На підприємстві ТОВ «Океанмашенерго» розглянуто та впроваджено результати дисертаційного дослідження Гавриленка С.С. у вигляді методики для попереднього вибору і перевірки параметрів врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів.

1. Вид впроваджених робіт

Впроваджено методичні рекомендації «Методика обґрунтування параметрів врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів з урахуванням розрахунково-моделювального аналізу та експериментальної перевірки», розроблені за результатами дисертаційного дослідження Гавриленка С.С. Методика об'єднує інженерне обґрунтування параметрів, розрахунково-моделювальний аналіз динаміки, перевірку нестационарних ударних режимів та експериментальне зіставлення результатів.

2. Новизна результатів науково-дослідної роботи

Новизна полягає у поєднанні вибору конструктивних і технологічних параметрів із розрахунковою моделлю динаміки, оцінюванням фазово узгодженого руху колосників, урахуванням жорсткості пружних опор та перевіркою нестационарного ударного режиму. Для підприємства найбільш прикладним є інженерний блок методики, що дає змогу обґрунтовувати параметри робочих органів, опор і режимів роботи з урахуванням ударної дії матеріалу.

3. Результати передаються у вигляді матеріалів

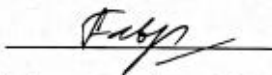
- методичні рекомендації у повному обсязі;
- послідовність вибору параметрів грохота-перевантажувача;
- рекомендації щодо урахування пружних опор, ударного режиму та шару сипкого матеріалу.

Від ТОВ «Океанмашенерго»



М.В. Григораш

Від НТУ «Дніпровська політехніка»
Аспірант кафедри інжинірингу
та дизайну в машинобудуванні

 С.С. Гавриленко

Завідувачка кафедри інжинірингу
та дизайну в машинобудуванні,
кандидат технічних наук, доцент

 О.В. Панченко

Додаток Е



Код ЄДРПОУ 35341402
м. Дніпро, вул. О. Гончара буд.32, кв.13
Р/р UA023808050000000026003455917 в АТ
"Райффайзен Банк" у м.Київ, МФО 380805



ЗАТВЕРДЖУЮ
Перший проректор
НТУ «Дніпровська політехніка»
Артем ПАВЛИЧЕНКО
» _____ 2026 р.

А К Т

застосування розрахунково-моделювальної методики аналізу динаміки
врівноваженого колосникового грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом

У ТОВ «Паритет СОФТ» застосовано результати дисертаційного дослідження Гавриленка С.С. у вигляді методики, насамперед її розрахунково-моделювальний та алгоритмічний блоки для підготовки даних у CAD/CAE-середовищах.

1. Вид впроваджених робіт

Впроваджено методичні рекомендації «Методика обґрунтування параметрів врівноважених колосникових грохотів-перевантажувачів з урахуванням розрахунково-моделювального аналізу та експериментальної перевірки», розроблені за результатами дисертаційного дослідження Гавриленка С.С. Методика об'єднує інженерне обґрунтування параметрів, розрахунково-моделювальний аналіз динаміки, перевірку нестационарних ударних режимів та експериментальне зіставлення результатів.

2. Новизна результатів науково-дослідної роботи

Новизна полягає у формалізації послідовності побудови розрахункової схеми, матричної математичної моделі, чисельного аналізу стаціонарних, пускових і ударних режимів, а також у можливості перевірки впливу масово-інерційних і жорсткісних параметрів на траєкторії руху робочих органів. Для ТОВ «Паритет СОФТ» доречним є розрахунково-алгоритмічний блок методики як основа автоматизованої підтримки інженерного аналізу.

3. Результати передаються у вигляді матеріалів

- методика у частині математичної моделі та чисельної реалізації;
- перелік вихідних даних для комп'ютерного моделювання;
- алгоритм перевірки динамічної врівноваженості та нестационарного ударного режиму.

Від ТОВ "Паритет СОФТ"



К.В. Козюра

Від НТУ «Дніпровська політехніка»
Аспірант кафедри ІДМБ

Гавриленко С.С. Гавриленко

Завідувачка кафедри ІДМБ
НТУ «Дніпровська політехніка»,
кандидат технічних наук, доцент

Панченко О.В. Панченко